

ИСТОРИЯ И МЕТОДОЛОГИЯ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

Лекция 08:

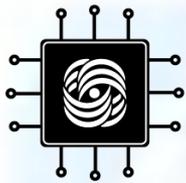
Отечественная математика на рубеже веков.

ВМК МГУ им. М.В. Ломоносова, Кафедра АСВК
к.ф.-м.н., доцент Волканов Д.Ю.



План лекции

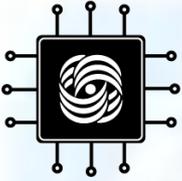
- Чебышёв П.Л.
- Ляпунов А.М.
- Марков А.А.
- Философские направления в математике. Формализм
- Философские направления в математике. Логицизм
- Философские направления в математике. Интуиционизм



Детство П.Л.Чебышева

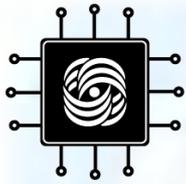


- Родился 4 мая 1821 года в сельце Окатово Калужской губернии, в семье помещика.
- Первоначальное воспитание и образование получил дома, грамоте обучила мать Аграфена Ивановна, арифметике и французскому языку – двоюродная сестра Авдотья Квинтильановна Сухарёва.



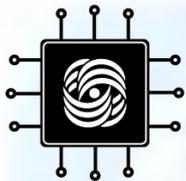
Юность

- 16 лет – студент Московского университета.
- Двадцатилетним юношей П. Л. Чебышев окончил университет, а через два года опубликовал свою первую научную работу.
- Двадцати пяти лет П. Л. Чебышев защитил в Московском университете диссертацию на степень магистра, посвящённую теории вероятностей.



Молодость

- В 1847 г. переехал в Петербург и занял должность адъюнкта Петербургского университета.
- В 1849 г. Чебышев публикует работу «Теория сравнений», которую позднее защищает в Петербургском университете в качестве докторской диссертации.
- 1856-1873 - член Ученого комитета министерства народного просвещения.
- 1859 г. - ординарный академик, 1860г. - ординарный профессор Петербургского университета и член-корреспондент Парижской АН.



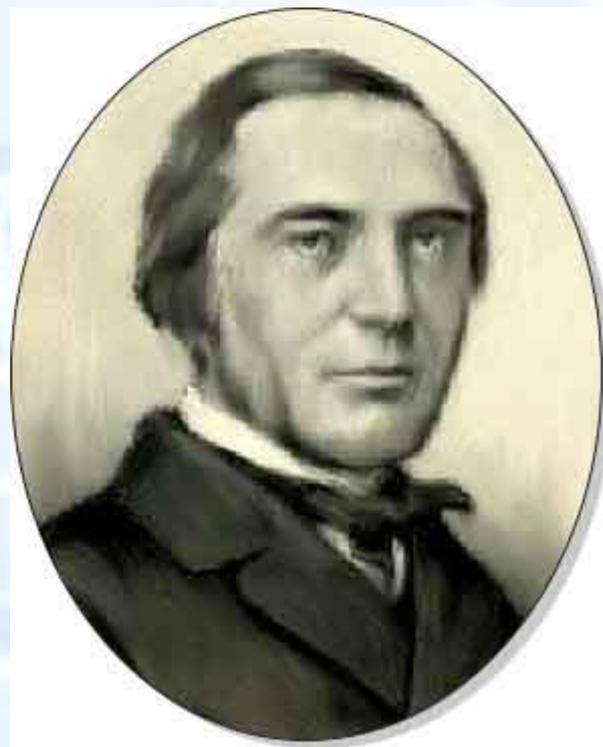
8 декабря 1894 года утром Пафнутий Львович Чебышев умер, сидя за письменным столом. Накануне был его приёмный день и он сообщал ученикам планы своих работ и наводил их на мысли о темах для самостоятельного творчества.

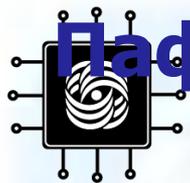


Пафнутий Львович Чебышёв (1821 - 1894)



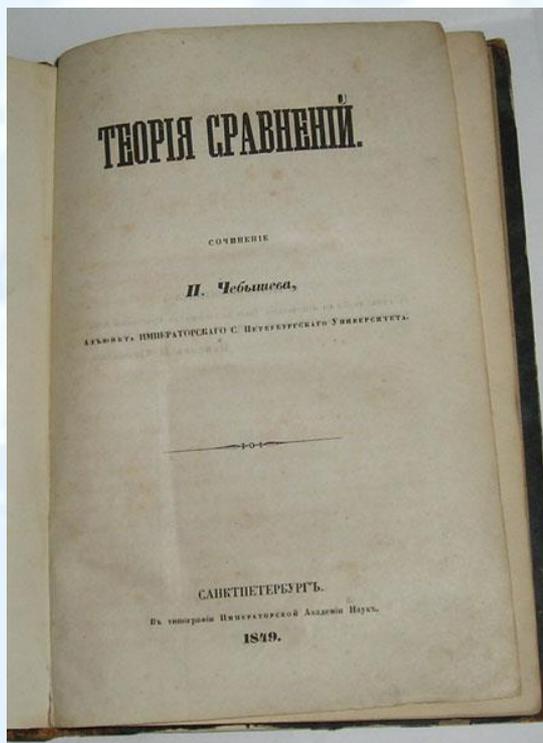
Гордость России, один из первых математиков Европы, один из величайших математиков всех времен» (Ш.Эрмит)





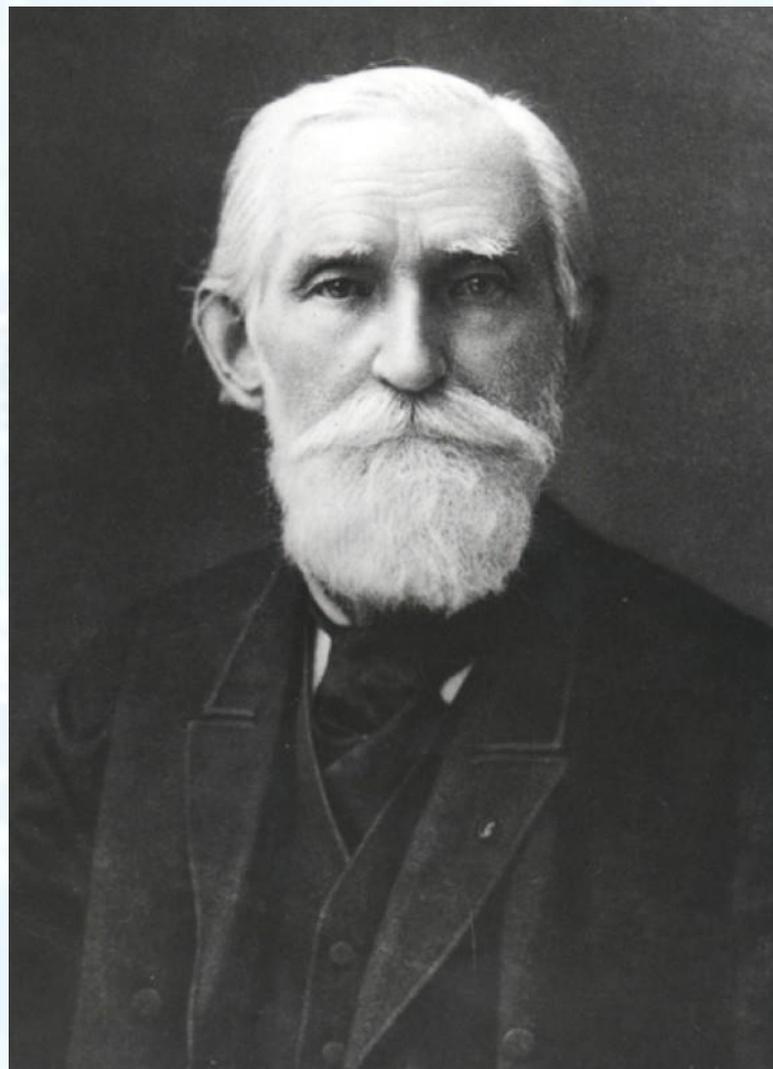
Пафнутий Львович Чебышёв (1821 - 1894)

Теория чисел



$\Pi(x)$ – число простых чисел в натуральном ряду, не превосходящих x

$$\int_2^x \frac{dt}{\ln t}$$



Пафнутий Львович Чебышёв (1821 - 1894)



Теория вероятностей

Неравенство Чебышева

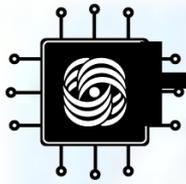
$$P(|X - M(X)| \geq \varepsilon) \leq \frac{D(X)}{\varepsilon^2}$$

Закон больших чисел Чебышева

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P(|\bar{X} - M(\bar{X})| < \varepsilon) = 1$$

Интегральное исчисление Теория приближений

«О кройке платьев»



Научные достижения в математике

- Доказал, что при достаточно больших значениях n истинное значение $\pi(n)$ находится вблизи числа

$$\frac{1,1n}{\ln n}$$

точнее $\frac{0,92 \cdot n}{\ln n} < \pi(n) < \frac{1,06 \cdot n}{\ln n}$

– неравенство Чебышёва.

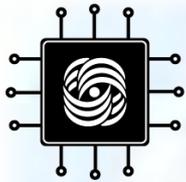
Пафнутий Львович Чебышёв (1821 - 1894)

Функцию $f(x)$ можно представить в виде суммы (ряда Чебышева)

$$f(x) = \frac{c_0}{2} + c_1 T_1(x) + c_2 T_2(x) + \dots$$

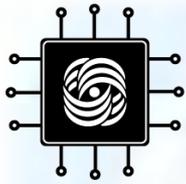
$$c_n = \frac{2}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{f(x) T_n(x)}{\sqrt{1-x^2}} dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$





Теория чисел

- «Теория сравнения» (1848)
- «Об определении числа простых чисел, не превосходящих данной величины» (1849)
- «О простых числах» (1852)



Теория вероятностей

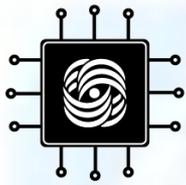
- мемуар «О средних величинах» (1866), где было дано «неравенство Чебышева»; вошел в курсы теории вероятностей сравнительно скоро после первого его опубликования.
- «закон больших чисел».
- мемуар «О двух теоремах относительных вероятностей» (1887).
- Для доказательства центральной предельной теоремы создал *МЕТОД МОМЕНТОВ*.



Интегрирование

алгебраических функций

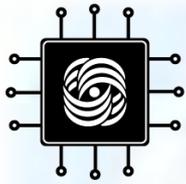
Шесть больших работ (1853 - 1867) и диссертацию на право чтения лекций в Петербургском университете (1847) Чебышев посвятил интегрированию алгебраических функций. Некоторые из этих работ явились классическими и использованы при создании курсов по интегральному исчислению.



Теория приближения функций

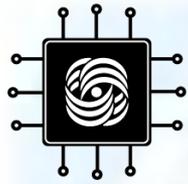
Найдены многочлены – «полиномы Чебышева», исследована задача интерполяции:

- «О приближенных выражениях квадратного корня переменной через простые дроби» (1889).
- «О непрерывных дробях» (1885) - указаны важные свойства этих дробей в приложении к вопросу о разложении функций в ряды и дана общая формула для интерполирования по способу наименьших квадратов.



Полиномы Чебышёва

- Первого рода - характеризуется как многочлен степени n со старшим коэффициентом $2^{(n-1)}$, который меньше всего отклоняется от нуля на отрезке $[-1,1]$
- Второго рода - характеризуется как многочлен степени n со старшим коэффициентом 2^n , интеграл от абсолютной величины которого по отрезку $[-1,1]$ принимает наименьшее возможное значение.



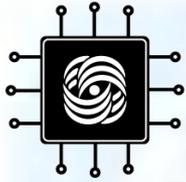
Полиномы Чебышёва

Рекуррентная форма ПЧ первого рода

- $T_0(x) = 1$
- $T_1(x) = x$
- $T_n(x) = 2x T_{n-1}(x) - T_{n-2}(x)$

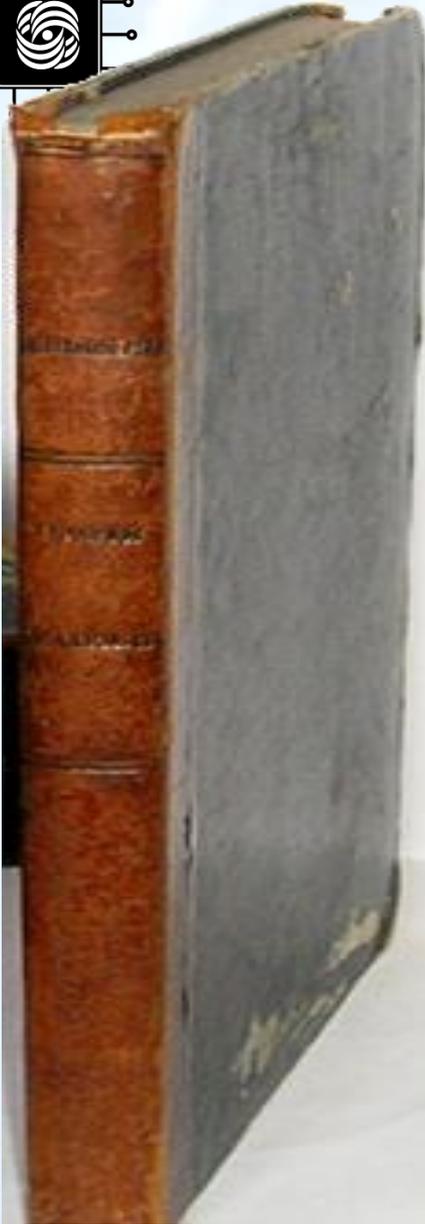
Тригонометрическая форма ПЧ первого рода

- $T_n(x) = \cos(n \arccos(x))$



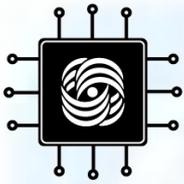
Прикладные работы

«Об одном механизме», «О зубчатых колесах», «О центробежном уравниателе», «О построении географических карт», «О кройке платья» и многие другие, - как располагать наличными средствами для достижения наибольшей выгоды.



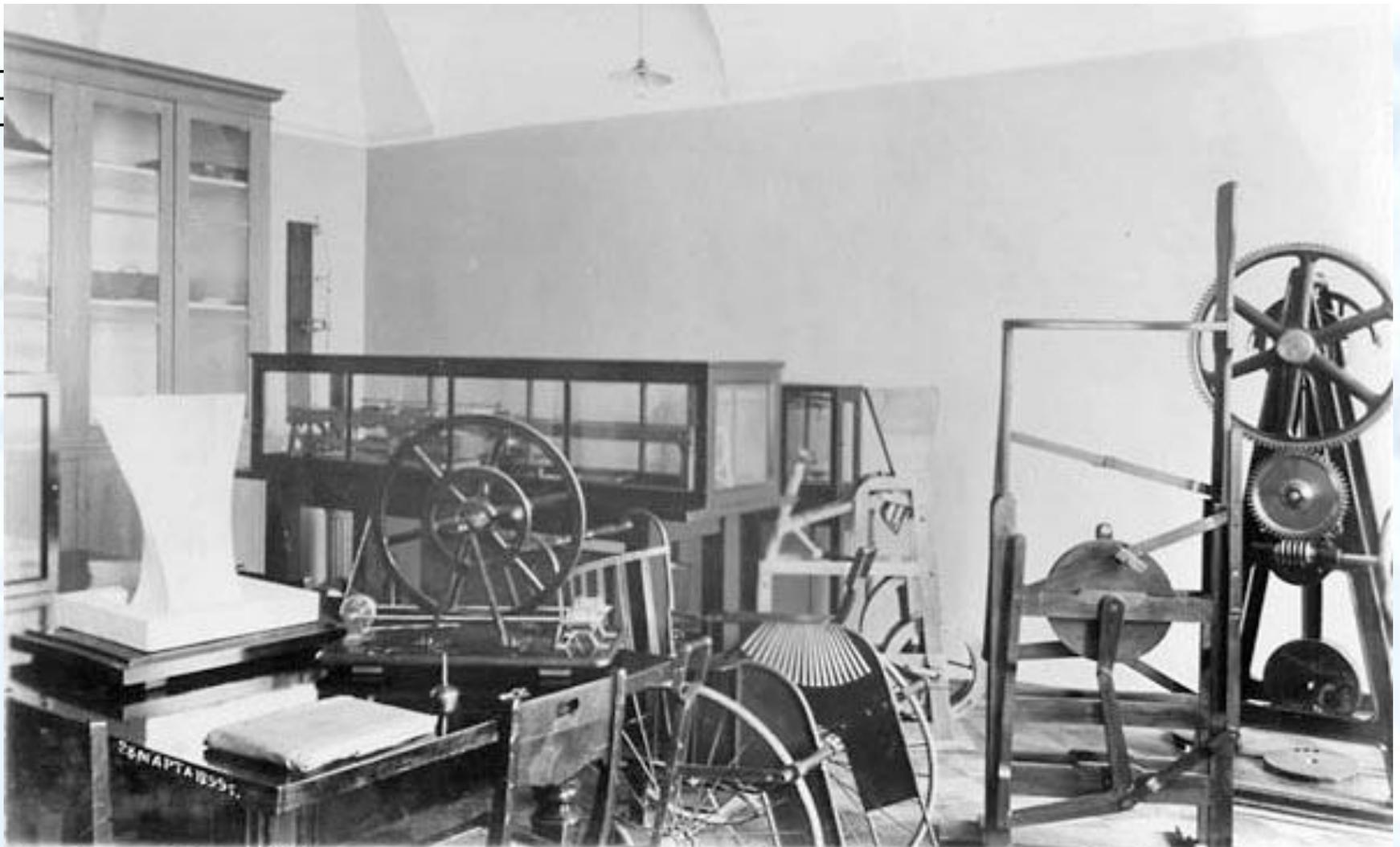
«Теория сравнения» (1848)

- выдержала четыре издания (1849, 1879, 1901, 1944).
- переведена на ряд иностранных языков и имела огромное значение далеко за пределами России.



Одни из множества разработок:

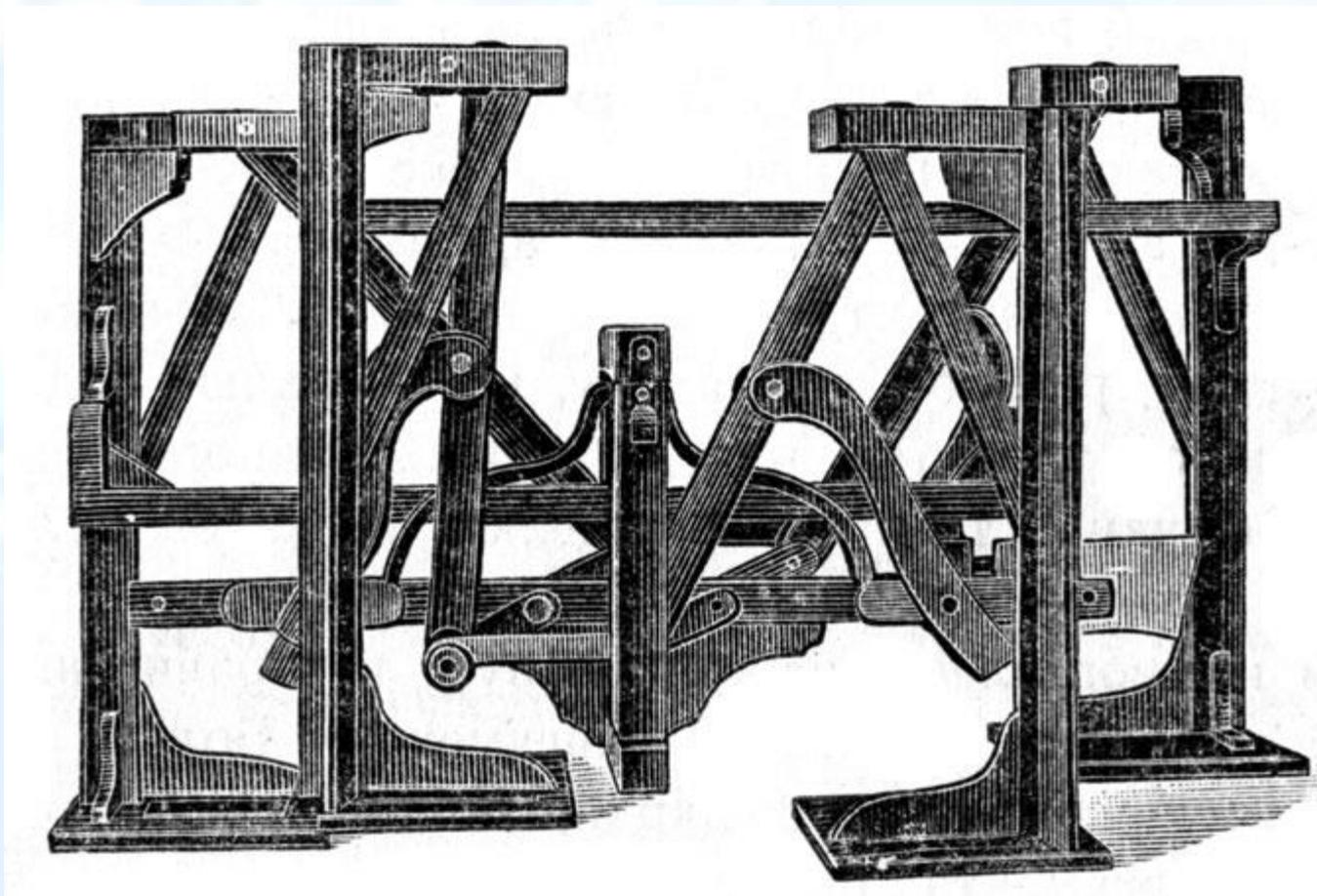
- часы с боем
- развитие теории стрельбы и пристрелки
- наиболее выгодная форма продолговатых снарядов для гладкоствольных орудий
- необходимость перехода артиллерии к нарезным стволам, что существенно увеличивает точность стрельбы, ее дальность и эффективность

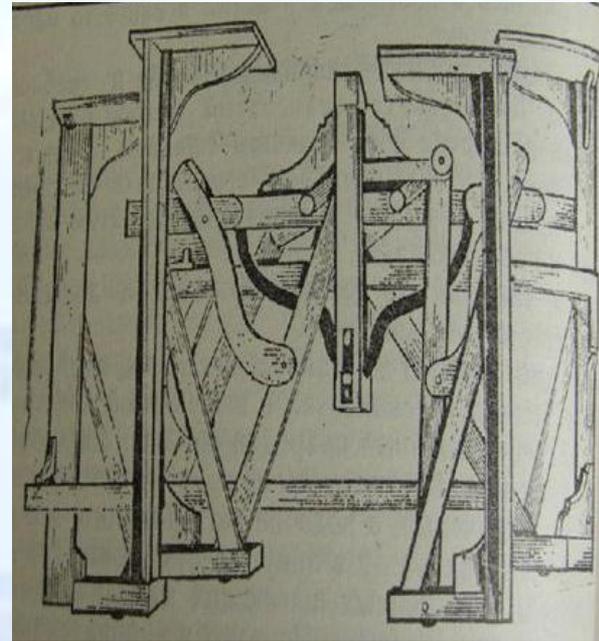


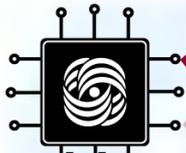
Фотография 1899 года механического кабинета Санкт-Петербургского Университета, запечатлевшая несколько механизмов, созданных П.Л.Чебышевым (из альбома Б.Н.Меншуткина) Справа на переднем плане «велосипед», левее него частично закрыто столом – «самоходное кресло», за креслом на полу стоит «сортировалька». Фото: Музей истории СПбГУ



Стопоходящая машина П.Л.Чебышева



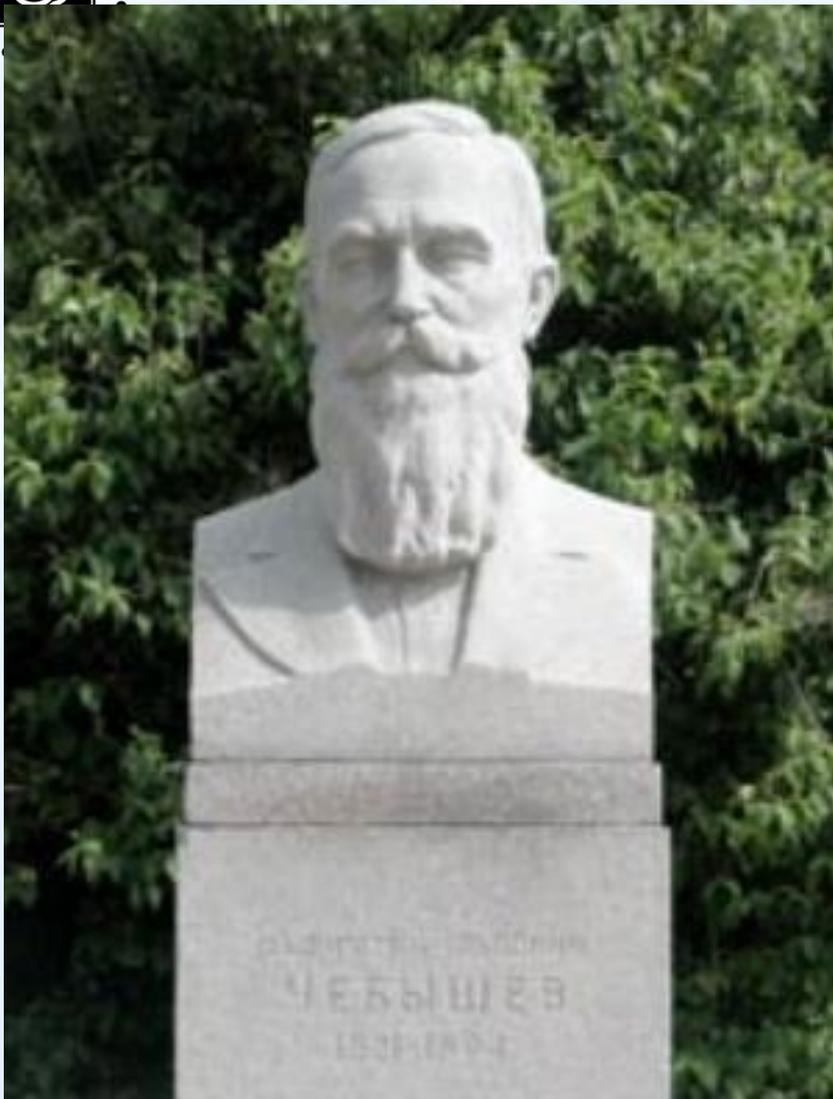




«Чебышевские афоризмы»

- *Новое в преподавании... полезно только тогда, когда на опыте проверено, что оно лучше старого.*
- *Ничего не должно быть предлагаемо без доказательств. Нестрогие доказательства вредно действуют на умственные способности учеников, приучая их видеть там достаточную причину, где ее нет.*
- *Необходимо иметь в виду постепенный ход развития... способностей детей.*
- *Концентризм как метод преподавания... вреден, так как он разрушает систематическое изложение дидактического материала.*
- *Недостаточно, если ученик усвоит теорию, необходимо, чтобы ученик этой теорией овладел, а этого можно достигнуть только ее приложениями к практике и решением многочисленных задач и упражнений.*

Пафнутий Львович Чебышёв (1821 - 1894)



Бюст Пафнутию Львовичу Чебышеву установлен в 1954 году на Аллее ученых МГУ на Воробьевых горах



Ученики П.Л.Чебышёва

*«Первые шаги на научном поприще тех из его слушателей, которые посвятили себя занятиям математикой, были сделаны под его непосредственным руководством и под влиянием Драгоценных его указаний, которые он давал Желающим и умеющим ими воспользоваться»
(К.Поссе)*

Александр Николаевич Коркин (1837 - 1908)

Юлиан Васильевич Сохоцкий (1842 – 1927)

Егор Иванович Золотарёв (1847 – 1878)

Андрей Андреевич Марков (1856 – 1922)

Александр Михайлович Ляпунов (1857 - 1918)

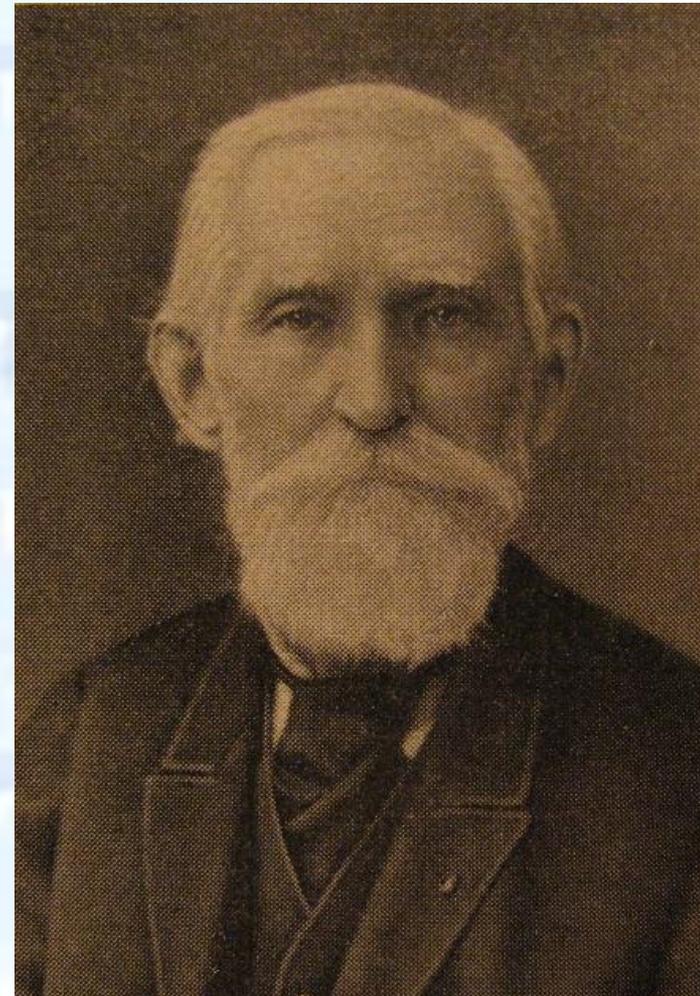
Дмитрий Александрович Граве (1863 - 1939)

Иван Львович Пташицкий (1854 - 1912)

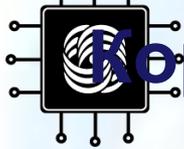
Константин Александрович Поссе (1846 - 1928)

Георгий Федосеевич Вороной (1868 – 1908)

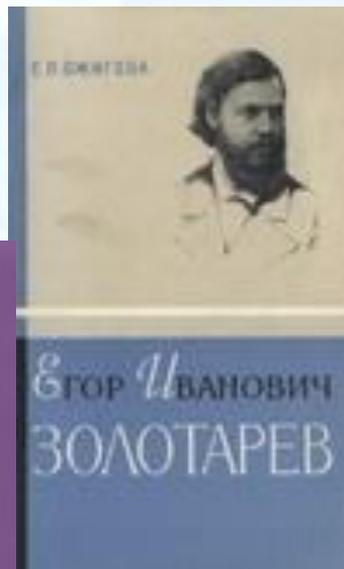
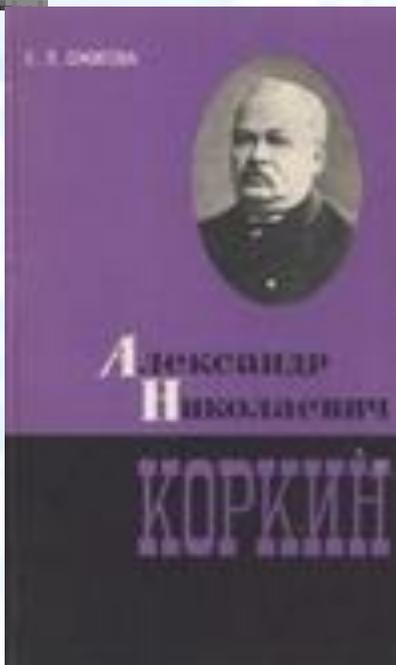
Александр Васильевич Васильев (1853 – 1929)



Александр Николаевич Коркин (1837 – 1908)



Основная научная тематика – теория чисел (дифференциальные уравнения (обыкновенные, в частных производных)).



научная тематика – проблемы наилучшего приближения функций, приложения теории эллиптических функций, теория квадратичных форм (интерес – от Чебышева, Эрмита)

**Егор Иванович
Золотарёв (1847 – 1878)**

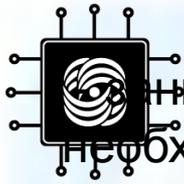
«1) Командированные должны пробывать за границей от двух до трех лет, занимаясь в университетах по своему усмотрению.

2) Во время пребывания за границей с ученой целью назначается Министерством народного просвещения содержания до 1600 рублей в год.

3) Командированные обязываются о своих занятиях и местопребывании доносить каждые три месяца Департаменту народного просвещения, который по получении сих донесений будет высылать следующие к выдаче по командировке деньги на 3 месяца вперед.

4) Независимо от присылки отчетов о своих занятиях в Департамент народного просвещения поставляется в обязанность каждого лица, командированного с ученой целью за границу, являться по временам за границей к тайному советнику Пирогову,¹ сообщать ему о своих трудах и занятиях, пользоваться его советами и указаниями и вообще действовать по его наставлениям.

5) Воспользовавшийся пособием от Правительства обязывается прослужить по ведомству Министерства народного просвещения в столицах и губерниях, где Министерство пожелает, по расчету двух лет за каждый год пребывания за границей.

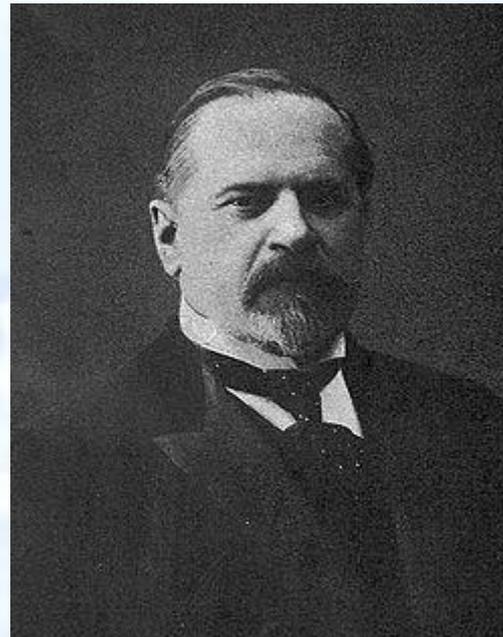


заниматься не тем, что интересно и любопытно, а тем, что важно и необходимо

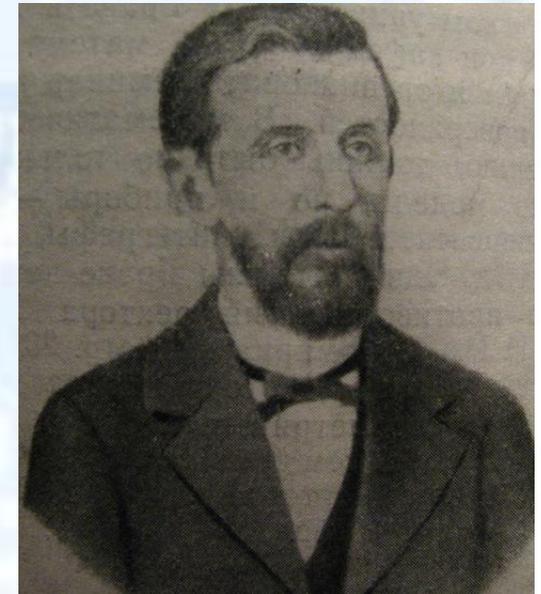
- самые плодотворные задачи ставит перед математикой практика
- математика имеет целью найти общие методы для получения эффективных результатов при минимальных возможностях и затратах в различных сферах человеческой деятельности



**Юлиан Васильевич
Сохоцкий (1842 – 1927)**



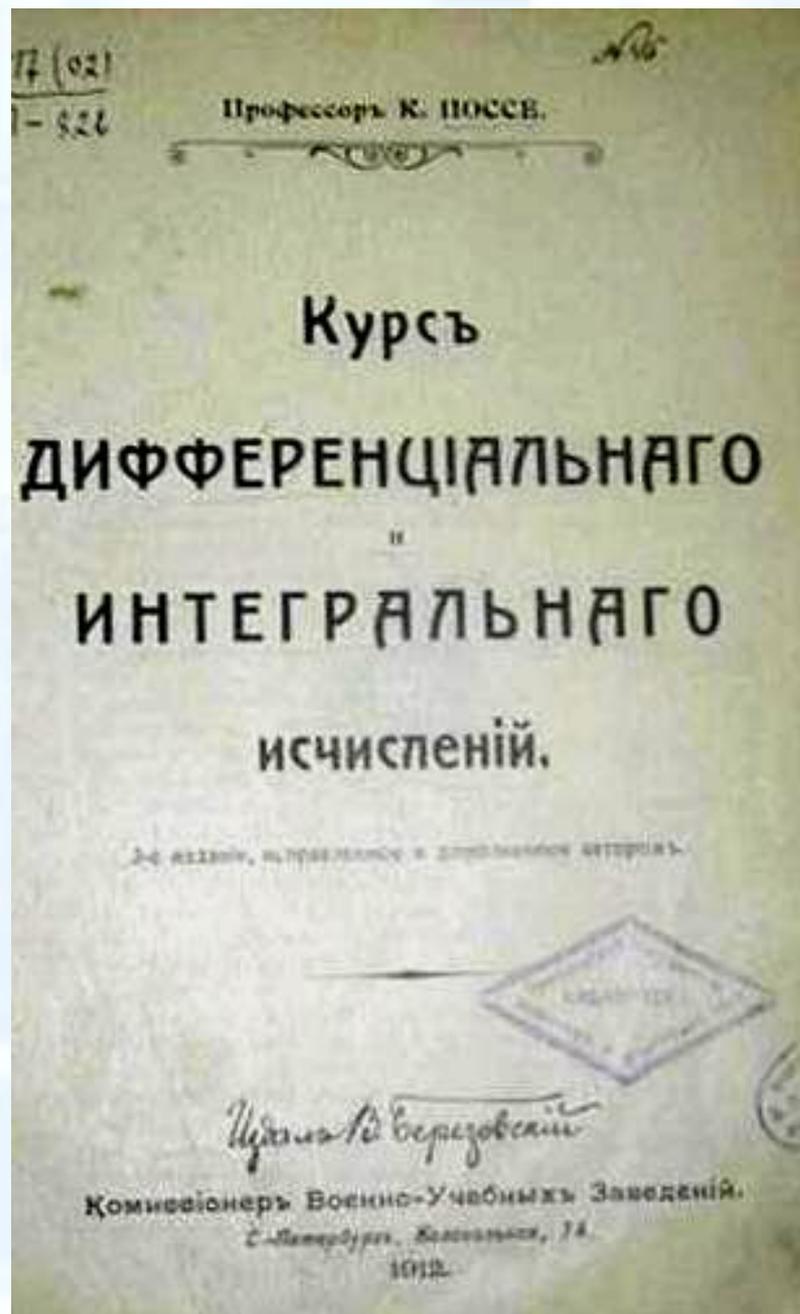
**Александр Васильевич
Васильев (1853 – 1929)**

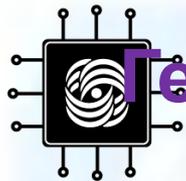


**Дмитрий Александрович
Граве (1863 - 1939)**



**Константин
Александрович Поссе
(1846 - 1928)**



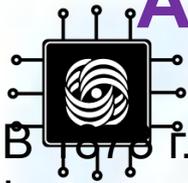


Георгий Федосеевич Вороной (1868 – 1908)



Математические построения Г.Ф.Вороного во многомерных пространствах используются в кристаллографии, астрономии, астрофизике, радиационной физике, физической химии, химической инженерии, компьютерной графике, электронике, экологии, офтальмологии, изучении проблем искусственного интеллекта.





Андрей Андреевич Марков (1856 – 1922)

В 1876 г. окончил Петербургский университет по математическому разряду физико-математического факультета со степенью кандидата, награжден золотой медалью за сочинение на предложенную факультетом тему "Об интегрировании дифференциальных уравнений при помощи непрерывных дробей" и оставлен при университете "для приготовления к профессорскому званию".

В 1880 г. защитил знаменитую магистерскую диссертацию "О бинарных квадратичных формах положительного определителя", сразу выдвинувшую его в первые ряды русских математиков.

В 1884 г. защитил докторскую диссертацию "О некоторых приложениях алгебраических непрерывных дробей", посвященную непрерывным дробям, в которой доказал и обобщил некоторые неравенства Чебышева, опубликованные ранее без доказательств.

В 1880 г. приват-доцент Петербургского университета в качестве приват-доцента, читает курсы дифференциального и интегрального исчисления, "Введения в анализ", теории вероятностей

3 декабря 1886 г., избран адъюнктом Петербургской Академии Наук,

3 марта 1890 г. экстраординарный академик

2 марта 1896 г. - ординарный академик.

В 1886 назначен экстраординарным профессором Петербургского университета,

В 1893 г. - ординарным.

В 1905 г. вышел из университета в отставку



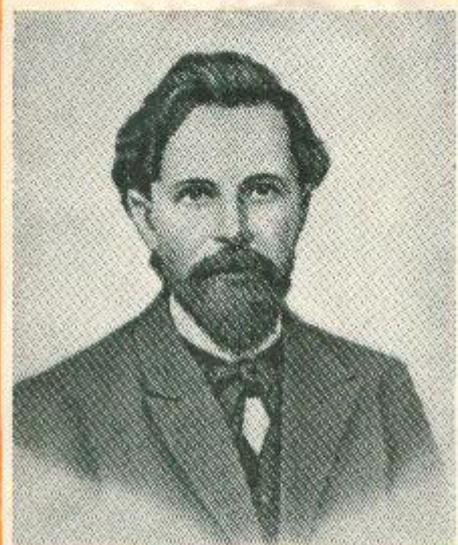
Андрей Андреевич Марков (1856 – 1922)

- ❖ **Теория чисел** (теория квадратичных форм, трансцендентные числа)
- ❖ **Математический анализ** (исчисление конечных разностей, теория непрерывных дробей, полиномы наилучших приближений)
- ❖ **Теория вероятностей** (установление наиболее общих условий, при которых имеет место закон больших чисел, доказательство центральной предельной теоремы, теория стохастических процессов)





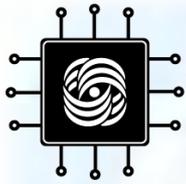
Андрей Андреевич Марков (1856 – 1922)



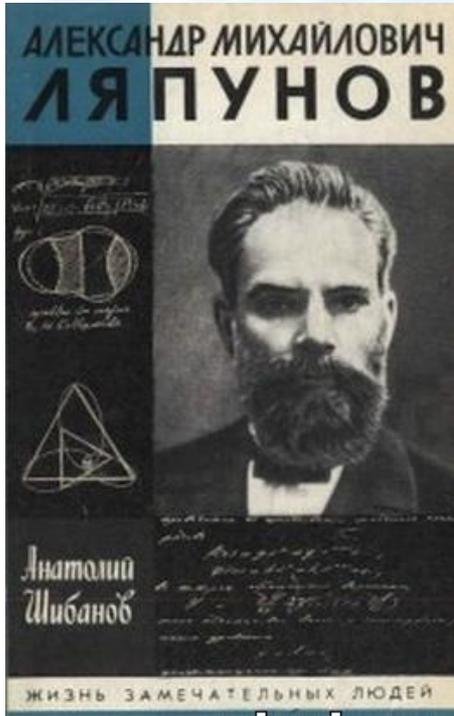
С.Я.Гродзенский

**Андрей Андреевич
МАРКОВ**





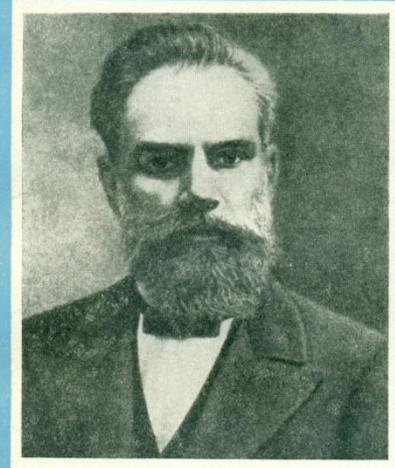
Александр Михайлович Ляпунов (1857 - 1918)



«Об устойчивости эллипсоидальных форм равновесия вращающейся жидкости» (1885) – магистерская диссертация

«Общая задача об устойчивости движения» (1892) – докторская диссертация

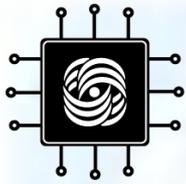
«О фигурах равновесия однородной вращающейся жидкости, мало отличающихся от эллипсоидальных» (1906-1914, французский язык)



А.Л.Цыкало

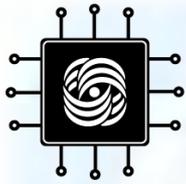
**Александр Михайлович
ЛЯПУНОВ**

Работы по теории устойчивости, теории потенциала (краевые задачи), традиционная теория вероятностей



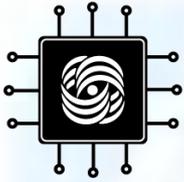
Биография (1)

- Родился 25 мая 1857 года в Ярославле в семье известного астронома
- В 1870 семья переезжает в Нижний Новгород
- В 1876 г. окончил гимназию с золотой медалью
- Поступил в Санкт-Петербургский Университет



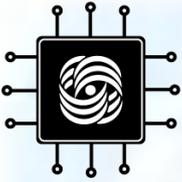
Биография (2)

- В 1885 переехал в Харьков на кафедру механики в Харьковском Университете
- 17.01 1886 женился на Н.Р.Сеченовой
- В 1902 году избирается в академию и переезжает в Петербург
- В 1917 переехал в Одессу
- 31.10.1918 умерла жена и через 3 дня А.М. Ляпунов



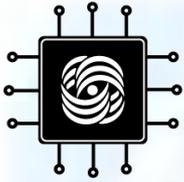
Основные области исследований

- Дифференциальные уравнения
- Гидродинамика
- Теория Вероятностей
- Теория устойчивости и движения механических систем с конечным числом параметров



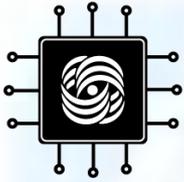
Основные работы и результаты (1)

- «О потенциале гидростатического давления»
- «О равновесии твердых тел в тяжёлых жидкостях, содержащихся в сосуде определённой формы»
- В магистерской диссертации 1885 г. решил задачу Чебышёва



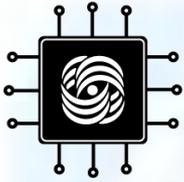
Задача Чебышёва

- Если ω – некоторое значение угловой скорости, которой соответствует эллипсоид равновесия E , и задано достаточно малое приращение угловой скорости ε , то поставленный вопрос состоит в следующем: существуют ли для угловой скорости $\omega + \varepsilon$ иные фигуры равновесия, отличные от эллипсоидальных, и непрерывно изменяющихся при таком же изменении ε , и при $\varepsilon = 0$ совпадающие с эллипсоидом E ?



Докторская диссертация (1892)

- Общая задача об устойчивости движения
(проблему устойчивости движения систем с конечным числом степеней свободы)



Основные работы и результаты (2)

- В 1905 году возвращается к задаче Чебышёва и публикует в 4 частях:
 - «О фигурах равновесия однородной вращающейся жидкости, мало отличающихся от эллипсоидальных»

Александр Михайлович Ляпунов (1857 - 1918)



1907, ноябрь — Избрание Ляпунова членом Математического общества Палермо.

1908, март — Участке Ляпунова в работе IV Международного математического конгресса в Риме.

1908, сентябрь — Избрание Ляпунова членом Академии наук dei Lincei в Риме.

1916, март — Избрание Ляпунова членом-корреспондентом Парижской академии.

1917, 30 июня — Приезд супругов Ляпуновых в Одессу.

1918, сентябрь — Чтение Ляпуновым лекций по курсу «О форме небесных тел» в Новороссийском университете.

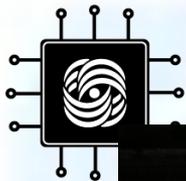
1918, 31 октября (нового стиля) — Смерть Натальи Рафаиловны, жены Александра Михайловича.

1918, 3 ноября (нового стиля) — Кончина Александра Михайловича Ляпунова.



Александр Михайлович Ляпунов (1857 - 1918)





Александр Михайлович Ляпунов (1857 - 1918)

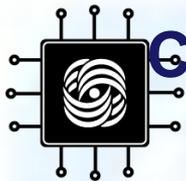




Александр Михайлович Ляпунов (1857 - 1918)



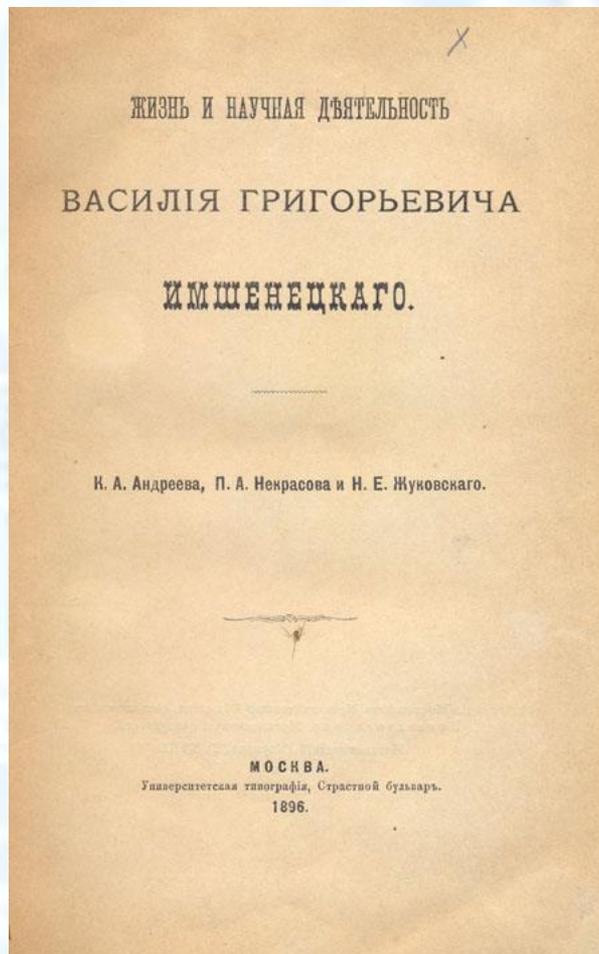
Харьков

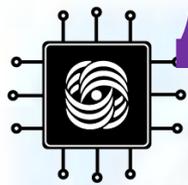


Санкт-Петербургское математическое общество 1890 - 1914



**Василий
Григорьевич
Имшенецкий
(1832 – 1892)**

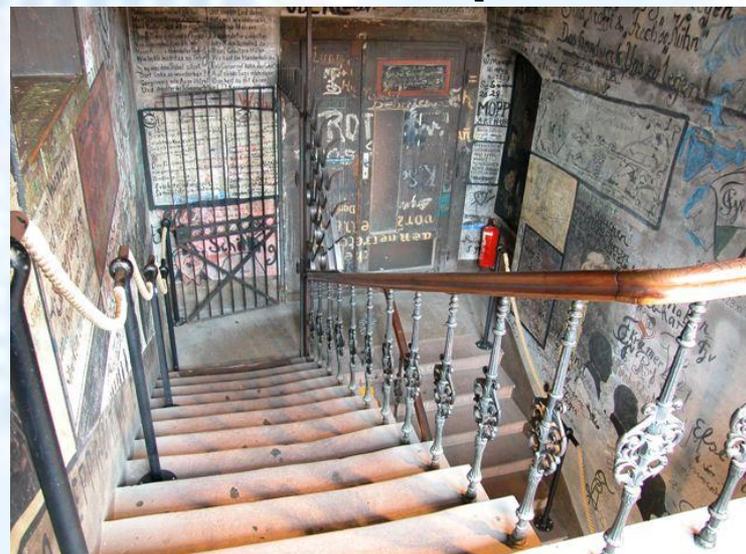




Давид Гильберт (1862-1943)



Кёнигсберг

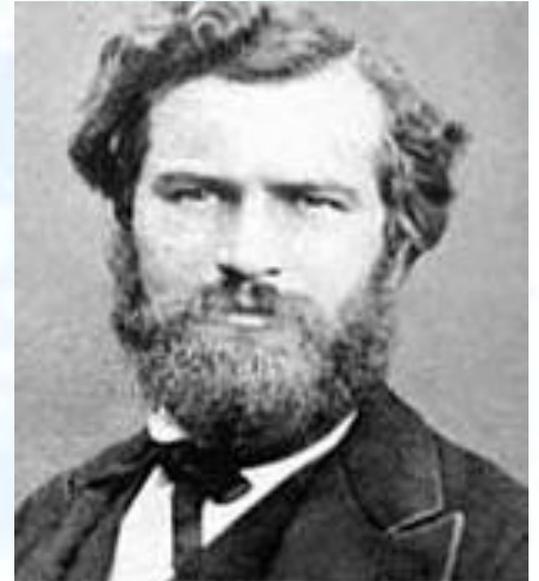
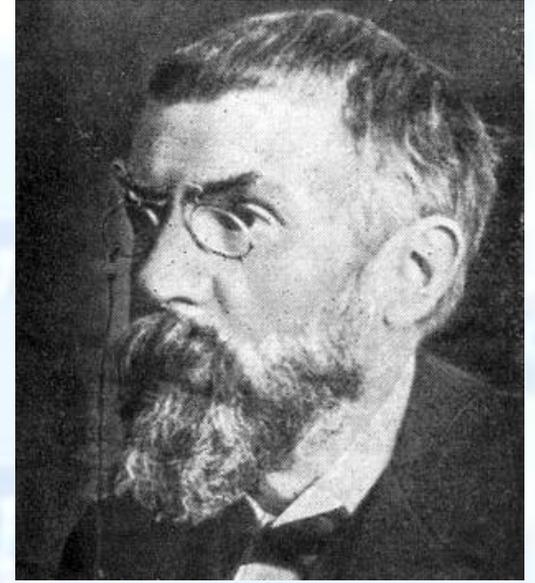
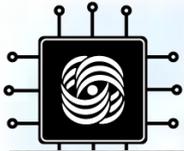


Гейдельберг



Актuый зал Хайдельбергского университета

Д.Гильберт в Париже





Кёнигсберг



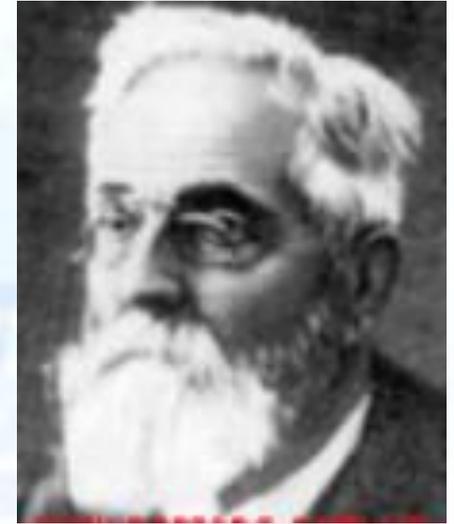
Кёнигсберг



Адольф Гурвиц
1859 - 1919



Фердинанд Линдеман
1852 - 1939



Генрих Вебер
1842 - 1913

- Доктор наук
- Habilitation – представить исследование и прочитать публичную лекцию, чтобы получить право читать лекции (доктор хабилитации)
- Приват-доцент - чтение лекций без оплаты
- Экстраординарный профессор
- Ординарный профессор
- Особняком стоит экзамен на право стать учителем гимназии

Теория инвариантов, проблема Гордана



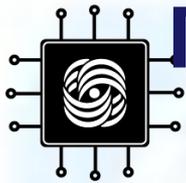
Пауль Гордан
1837 - 1912

Инварианты - алгебраические выражения (многочлены, рациональные функции или их совокупности), изменяющиеся определенным образом при невырожденных линейных заменах переменных

$$f(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i_1 + \dots + i_n = r} a_{i_1, \dots, i_n} x_1^{i_1} \dots x_n^{i_n},$$

$$x_i \rightarrow \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j, \quad 1 \leq i \leq n,$$

Известна внутренняя структура всех инвариантных форм. Известен метод, который позволяет, по крайней мере в принципе, выписать все различные инвариантные формы заданной степени от данного числа переменных. Существует ли базис, т.е. конечная система инвариантов, через которые рационально или полиномиально выражается любой другой из бесконечного числа инвариантов?



Главные черты великой глубокой математической проблемы



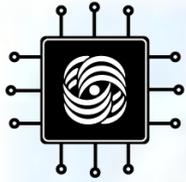
- ❖ *Ясная и легко понимаемая* («так как, в то время как ясное и простое привлекает, сложное отталкивает»).
- ❖ *Трудная* (чтобы нас привлечь») и в то же время не полностью недоступная («чтобы не сделать безнадежными наши усилия»).
- ❖ *Важная* («путеводная звезда на извилистых тропах к сокрытым истинам»).

Паршин А. Н. Давид Гильберт и теория инвариантов // Историко-математические исследования. — М.: Наука, 1975. — № 20. — С. 171—197



Геттинген





Герман Минковский 1864 - 1909



Гипотеза Минковского

Диаграмма Минковского

Задача Минковского

Кривая Минковского

Неравенство Брунна — Минковского

Неравенство Минковского

Пространство Минковского

Размерность Минковского

Сумма Минковского

Теорема Минковского о выпуклом теле

Теорема Минковского о многогранниках

Функционал Минковского

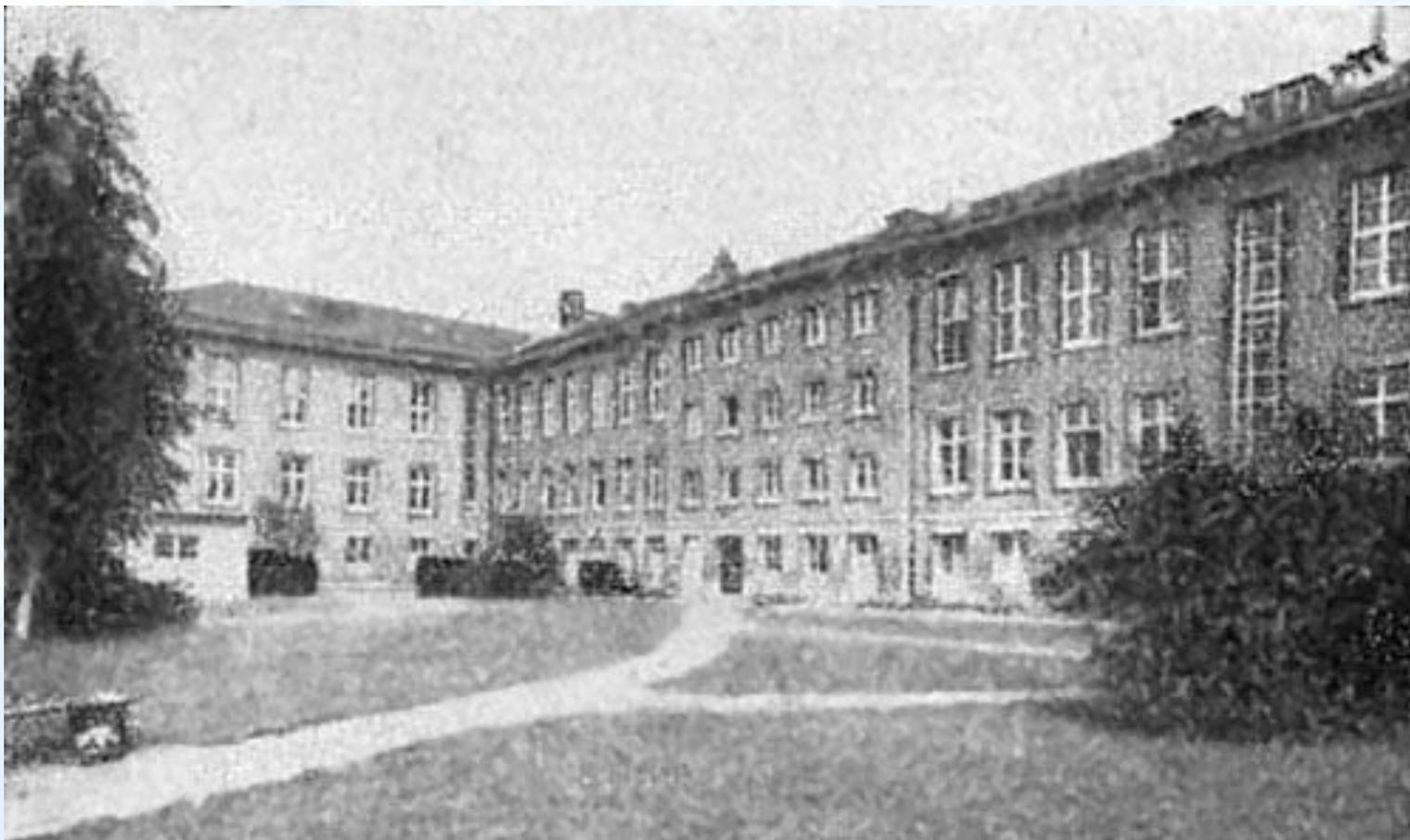
Функция Минковского

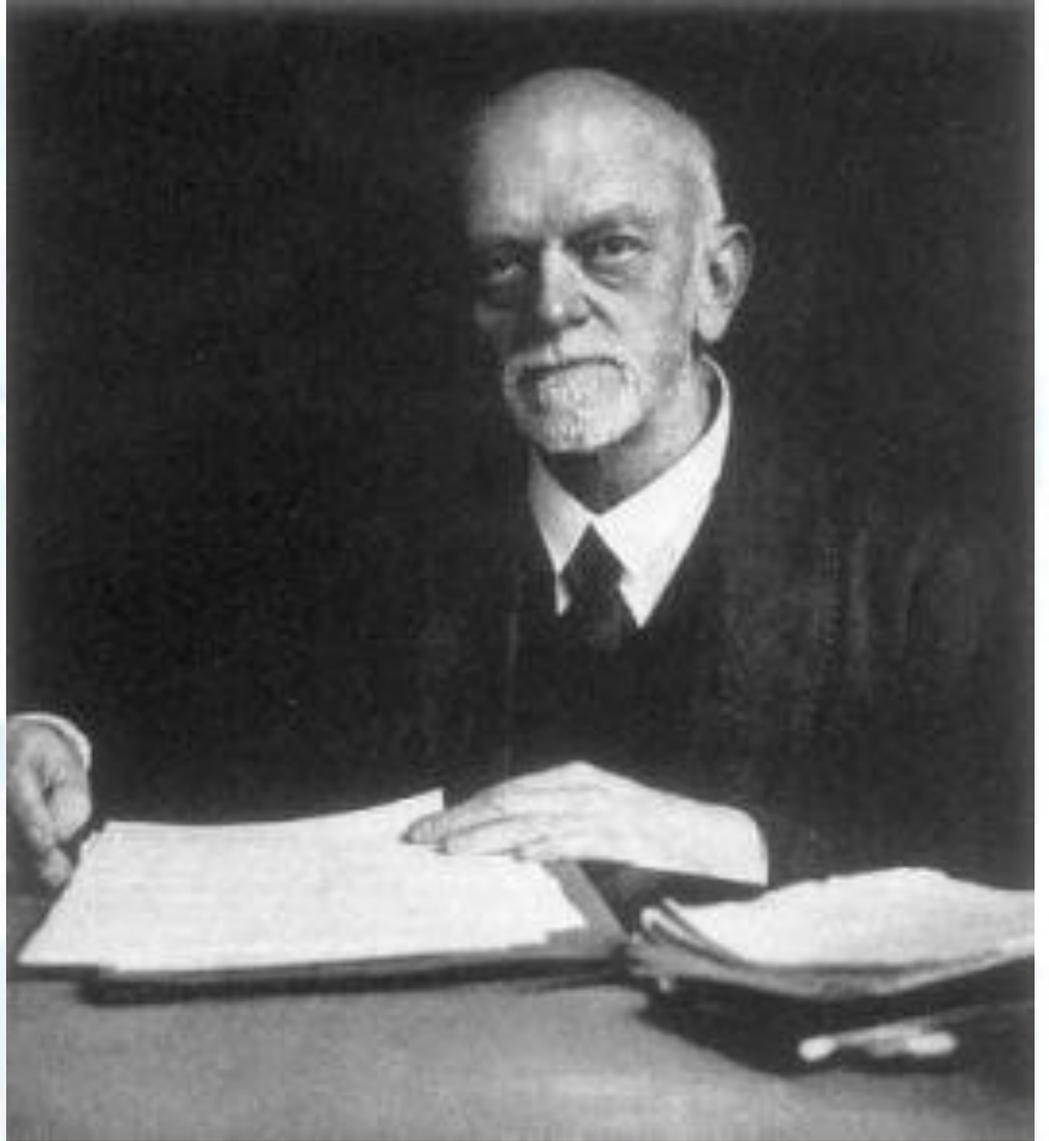


- * теория инвариантов (1885—1893),
- * теория алгебраических чисел (1893—1898),
- * основания геометрии (1898—1902),
- * принцип Дирихле и примыкающие к нему проблемы вариационного исчисления и дифференциальных уравнений (1900—1906),
- * теория интегральных уравнений (1900—1910),
- * решение проблемы Варинга в теории чисел (1908—1909),
- * основы математической физики (1910—1922),
- * логические основы математики (1922—1939).



Математический клуб Геттингена







Парижский конгресс



Дворец конгрессов при Всемирной парижской выставке 1900 года.

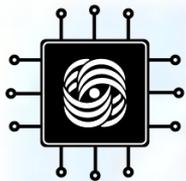
Парижский конгресс, участники и секции



Франция – 90 чел. Германия – 25 чел.
США – 17 чел. Италия – 15 чел
Бельгия – 13 чел. Россия – 9 чел
Австрия, Швейцария – по 8 человек
Англия, Швеция – по 7 человек
Дания, Южная Америка – по 4 человека
Голландия, Испания, Румыния – по 2 человека
Турция, Греция, Норвегия, Канада, Япония, Мексика



- 1) арифметики и алгебры (председатель Д. Гильберт, секретарь Э. Картан)
- 2) анализа (председатель П. Пенлеве, секретарь Ж. Адамар)
- 3) геометрии (председатель Г. Дарбу, секретарь Б. Нивенгловский),
- 4) механики и математической физики (председатель Ж. Лармо, секретарь Т. Леви-Чивита,)
- 5) истории и библиографии математики (председатель принц Роланд Бонапарт, секретарь М. Окань),
- 6) преподавания и методологии математики (председатель М. Кантор, секретарь Ш. Лезан).



основания математики – 1, 2 проблемы;
алгебра – 13, 14, 17 проблемы;
теория чисел – 7-12 проблемы;
геометрия – 3, 4, 18 проблемы;
топология – 16 проблема;
алгебраическая геометрия – 12-16, 22 проблемы;
группы Ли – 5, 14, 18 проблемы;
вещественный и комплексный анализ – 13, 22 проблемы;
дифференциальные уравнения – 16, 19-21 проблемы;
математическая физика и теория вероятностей – 6 проблема;
вариационное исчисление – 23 проблема.

Мы знаем, что каждый век имеет свои проблемы, которые последующая эпоха или решает, или отодвигает в сторону, как бесплодные, чтобы заменить их новыми. (Д.Гильберт)

-Теория бесконечных множеств

-Неевклидова геометрия

-Кватернионы, теория матриц

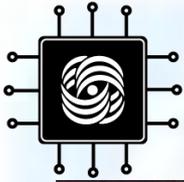
Континуум-гипотеза. С точностью до эквивалентности, существуют только два типа бесконечных числовых множеств: счетное множество и континуум.

Логичизм, направление в основаниях математики и философии математики, основным тезисом которого является утверждение о «сводимости математики к логике», т. е. возможности (и необходимости) определения всех исходных математических понятий (в рамках самой математики не определяемых) в терминах «чистой» логики и доказательства всех математических предложений (в том числе аксиом) опять-таки логическими средствами. (БСЭ)

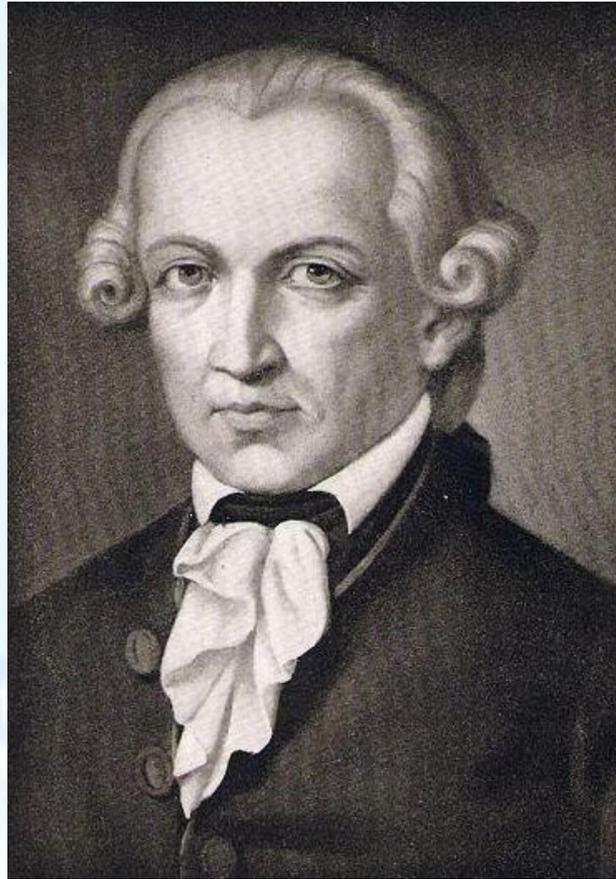
Математический интуиционизм, философско-математическое течение, отвергающее теоретико-множественную трактовку математики и считающее интуицию единственным источником математики и главным критерием строгости её построений. (БСЭ)

Математический формализм, одно из основных направлений в основаниях математики, представители которого считают, что каждый раздел математики может (а на достаточно продвинутой стадии своего построения и должен) быть подвергнут полной формализации, то есть излагаться в виде исчисления (формальной системы), развивающегося по некоторым вполне определённым правилам; при этом гарантией правомерности существования и изучения какого-либо раздела математики должна быть не интерпретация его в терминах некоторой внешней по отношению к нему действительности, а исключительно его непротиворечивость. (БСЭ)

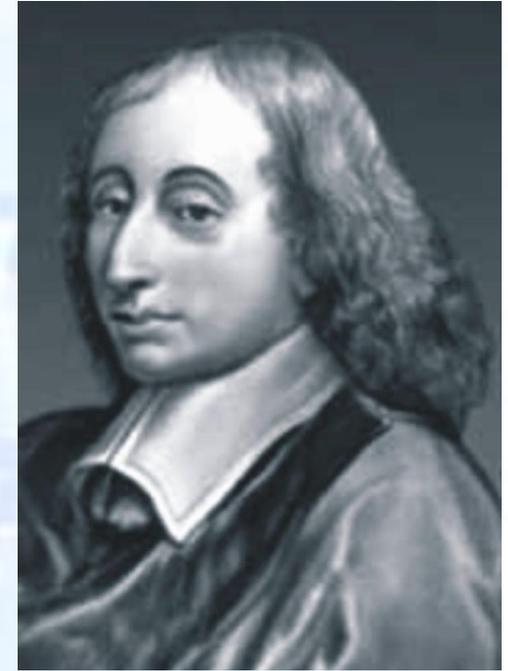
Интуиционизм



*«Под интуицией я
разумею не веру в
шаткое свидетельство
чувств..., но понятие
ясного и внимательного
ума...» (Р.Декарт)*



*Интуиция - естественное и
свободное соответствие
силы воображения законам
разума (И.Кант)*



*«У сердца свои
причины, о
которых не
знает разум»
(Б.Паскаль)*

Интуиционизм



**Леопольд
Кронекер**



Анри Пуанкаре



Анри Лебег

Эмиль Борель

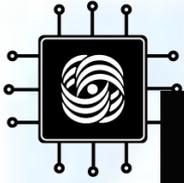


«Кронекер, Борель, Лебег, Пуанкаре высказывали критические замечания по поводу стандартных математических рассуждений и логического подхода, но их собственный вклад в развитие интуиционизма был фрагментарным и случайным» (М.Клайн)

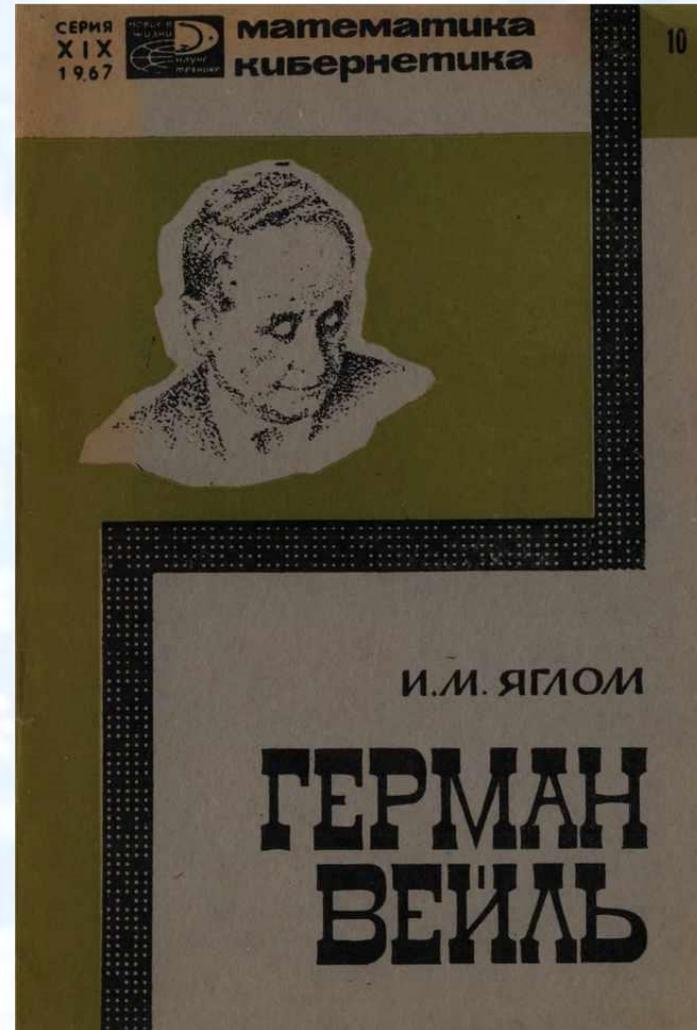


Ян Эгберт Лёйтзен Брауэр 1881-1966





Герман Вейль
1855-1955



Бирюков Б.В., Бирюкова Л.Г. Г.Вейль (к 85летию знаменитого «Континуума»
// Вестник Московского университета. Серия 7. Философия. №2. 2004. С. 97-110
http://www.philos.msu.ru/vestnik/philos/art/2004/biryuk_veyl.htm

Формализм

Давид
Гильберт

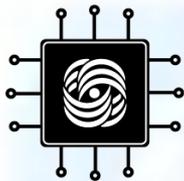
Джон
фон
Нейман
1903-
1957



Вильгельм
Аккерман
1896-1962

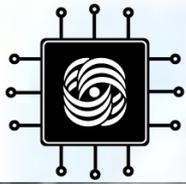


Пауль
Бернайс
1888-1977

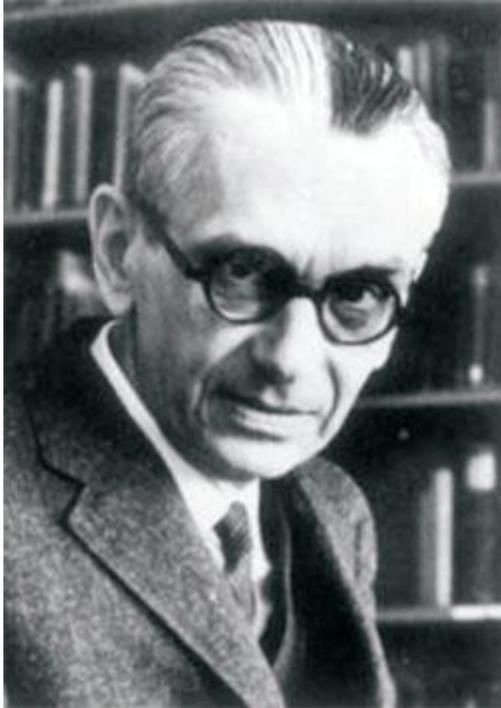


Формализм

- Направление в математике, пытающееся получить решение проблем основания математики при помощи формально-аксиоматических построений.
- Возник в начале XX века (Гильберт)
- Выход из кризиса ищется в строго разработанном формализованном аксиоматическом методе

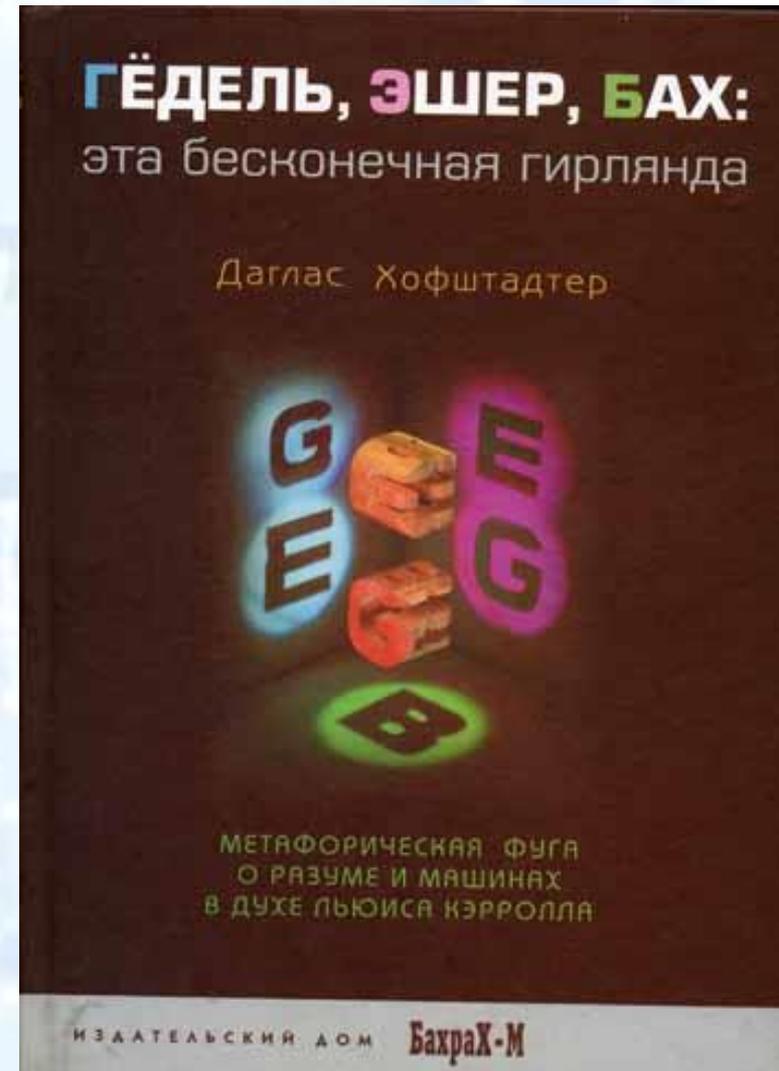


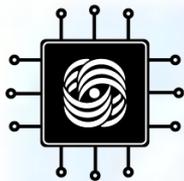
Курт Гёдель (1906-1978)



«Для любой непротиворечивой системы аксиом существует утверждение, которое в рамках принятой аксиоматической системы не может быть ни доказано, ни опровергнуто».

*«Бог существует, поскольку математика, несомненно, непротиворечива; но существует и дьявол, поскольку доказать ее непротиворечивость мы не можем»
(Г.Вейль)*





ЛОГИКОМИКС



ЭПИЧЕСКИЙ ПОИСК ИСТИНЫ

Апостолос ДОКСИАДИС и Христос ПАПАДИМИТРИУ

- Cantor, Georg
- Frege, Gottlob
- Gödel, Kurt
- Hilbert, David
- Moore, G.E.
- Poincaré, Henri
- Russell, Alys
- Russell, Bertrand
- Russell, Dora
- Schlick, Moritz
- Von Neumann, John
- Whitehead, Alfred North
- Wittgenstein, Ludwig

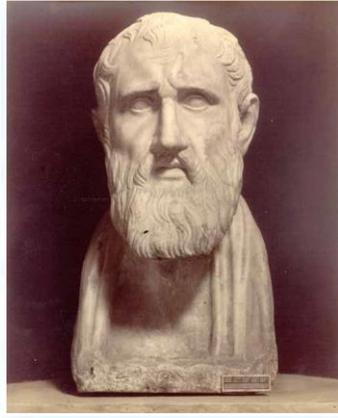
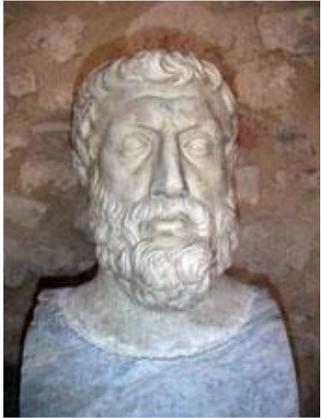




LOGICOMIX: an Epic Search for Truth

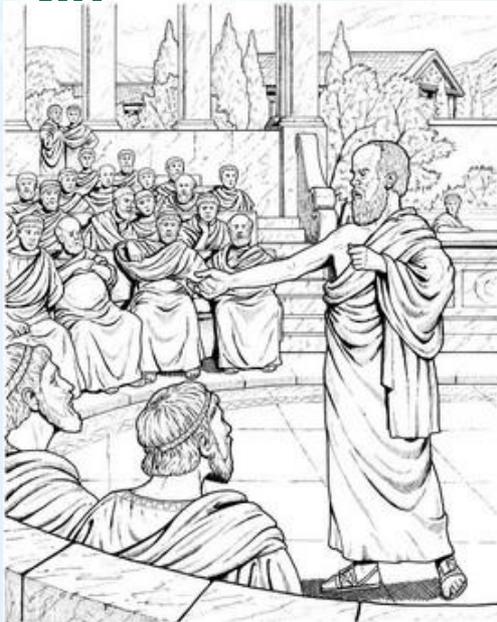
<http://www.labyrinth.ru/books/444924/>

Элеаты



Парменид

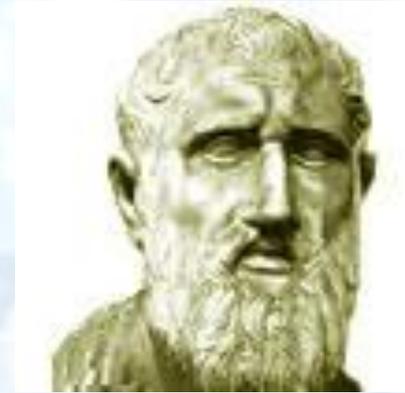
Зенон



Мегарская



ЕВКЛИД из Мегары
(ум. после 369 до н.э.)



Зенон из
Китиона

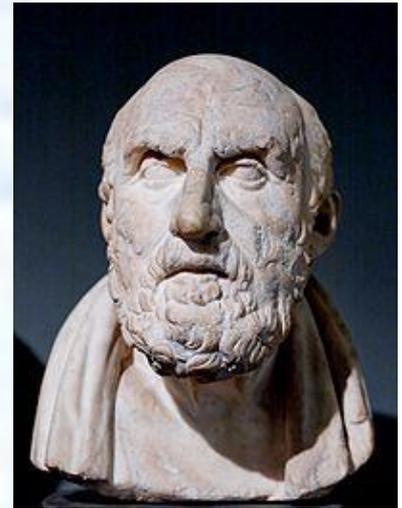
Невозможное не может вытекать из возможного, состоявшееся событие не может быть не тем, чем является; но если в какой-то момент событие могло быть возможным, то из этой возможности могла вытекать и невозможность, таким образом, исходное событие было невозможным.

Диодор Крон (Диалектик)



Стойки

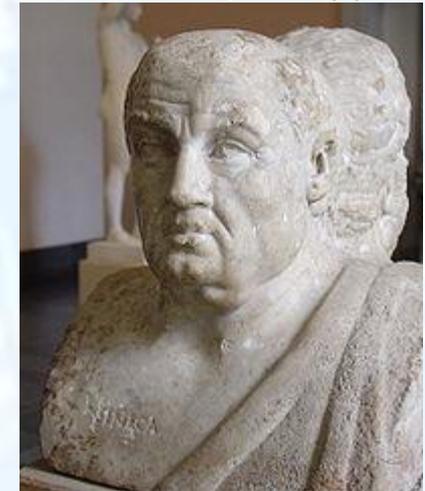
1. Если есть А, то есть и В. А есть. Следовательно, есть и В.
2. Если есть А, то есть и В. Но В не существует. Следовательно, нет и А.
3. А и В не могут существовать одновременно. А есть. Следовательно, В не существует.
4. Существует либо А, либо В. А существует. Следовательно, В не существует.
5. Существует либо А, либо В. В не существует. Следовательно, А существует.



Хрисипп из Сол
(281/278 до н. э. –
208/205 до н. э.)



Марк Аврелий
(121 – 180)

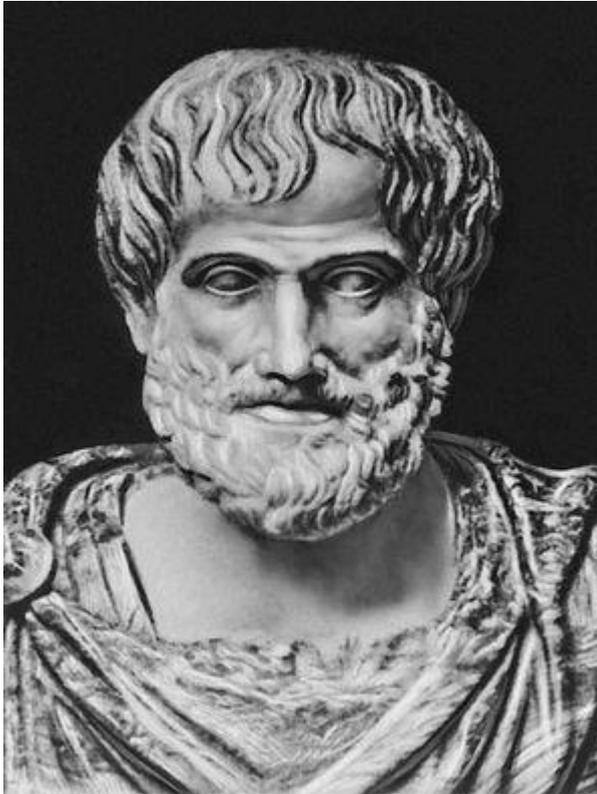


Сенека
(4 до н. э. – 65)



АРИСТОТЕЛЬ

384/283-322 до н.э.



«Вторая аналитика»

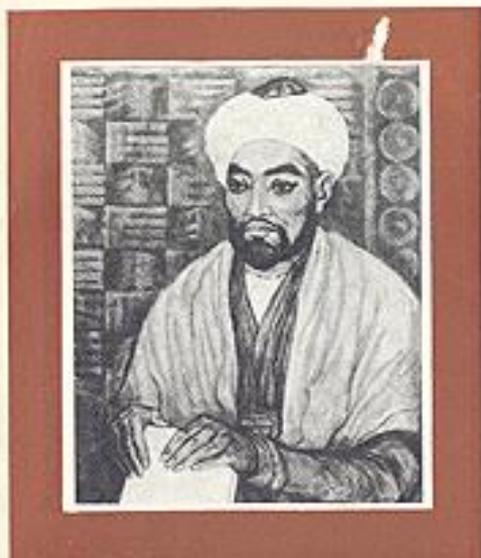


Рембрандт Харменс ван Рейн. Аристотель перед бюстом Гомера. 1653. Музей Метрополитен, Нью Йорк



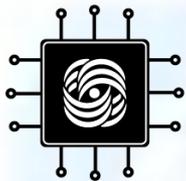
Абу Наср Мухаммед ибн Мухаммед ибн Тархан ибн Узлаг аль-Фараби ат-Тюрки (873 - 150)

- «Слово о субстанции»
- «Существо вопросов»
- «Книга о законах»
- «Книга о постоянстве движения вселенной»
- «О смысле разума»
- «Книга о разуме юных»
- «Большая сокращенная книга по логике»
- «Книга введения в логику»
- «Книга доказательства»
- «Книга об условиях силлогизма»
- «Трактат о сущности души»
- «Слово о сновидениях»
- «Книга об определении и классификации наук»
- «Книга о смысле философии»
- «Книга о том, что нужно знать для изучения философии»
- «Примечания к философии»



М. М. Хайруллаев

**Абу Наср
ал-ФАРАБИ**



**Ибн Рушд Абу-ль-Валид
Мухаммед ибн Ахмед
(1126 – 1198)
(Аверроэс)**



**Насир ад-дин Абу
Джафар Мухаммед
ибн Мухаммед ат
Туси (1201-1274)**



**Абу Али Хусейн ибн
Абдаллах
ибн Сина (980-1037)**





Золотой век схоластики





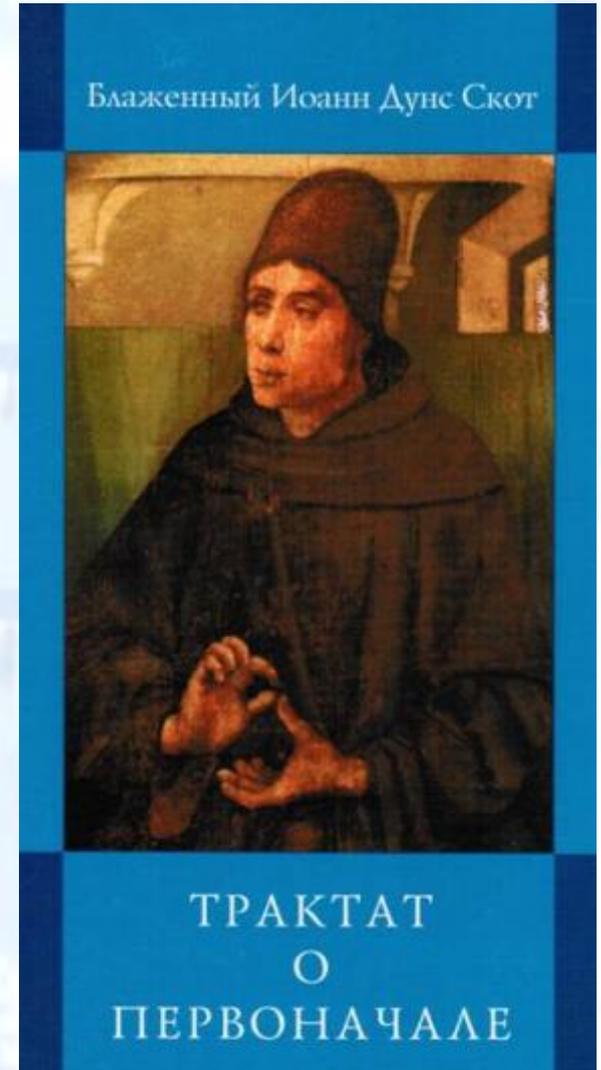
Пьер Абеляр
(1079-1142)



Петр Испанский
(около 1215-1277)



Уильям Оккам (около
1300 – около 1350)

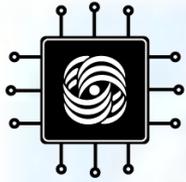


Дунс Скотт
(около 1270 – 1308)



Раймонд Луллий (около 1235 – 1315)





Фрэнсис Бэкон (1561–1626)



Полная индукция означает регулярную повторяемость и исчерпаемость какого-либо свойства предмета в проводимом опыте. Индуктивные обобщения исходят из предположения, что именно так будет обстоять дело во всех сходных случаях.

Неполная индукция включает обобщения, сделанные на основе исследования не всех случаев, а только некоторых (заключение по аналогии), потому что, как правило, число всех случаев практически необозримо, а теоретически доказать их бесконечное число невозможно

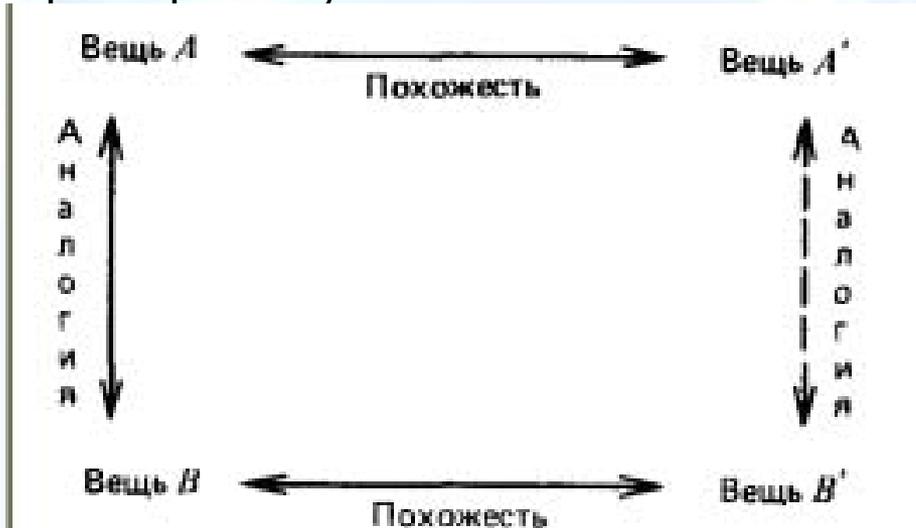
Символическая логика

❖ Составить «алгоритм логических мыслей»

(простых неопределяемых понятий)

❖ Получить все остальные определения из этих, путем комбинирования

❖ Составить «доказательную энциклопедию»
❖ Ввести подходящие символические обозначения для исходных и составных понятий и суждений, создать «всеобщую символику» или «универсальную характеристику»



Математика XIX века.

Математическая логика, теория чисел, теория вероятностей. – М.: Наука, 1978 – «Символическая логика Г.В.Лейбница», с.12-18



**Иоганн Андреас фон
Зегнер
(1704-1777),**



**Иоганн Генрих
Ламберт
(1728–1777)**



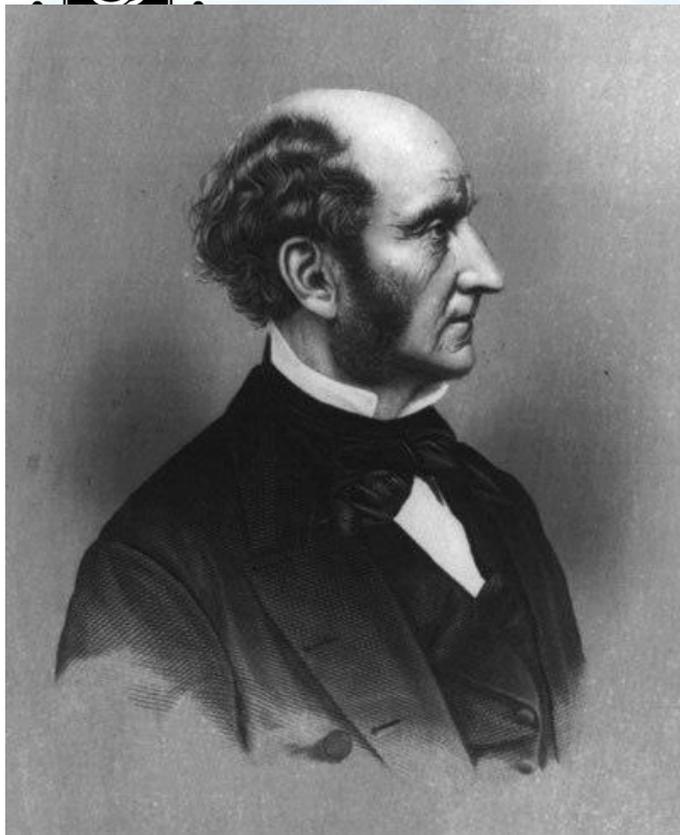
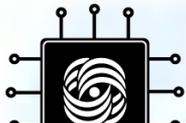
**Готфрид Плуке
(Плокке)
(1716 – 1790)**

два вида СИМВОЛОВ:

- 1) для логических классов (или понятий);
- 2) для логических операций

четыре операции:

- 1) комбинирование, или логическое сложение;
- 2) изоляция, или логическое вычитание;
- 3) определение, или логическое умножение;
- 4) абстрагирование, или логическое деление.



**Джон Стюарт Милль
(1806 – 1873)**

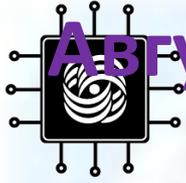
- метод (единственного) сходства (если в двух или более случаях какое-либо явление связано с рядом повторяющихся обстоятельств, то эти обстоятельства суть или причины, или следствия данного явления);
- метод (единственного) различия (если, напротив, некоторое явление W не повторяется в отсутствие определенного обстоятельства A , то явление W зависит от обстоятельства A);
- объединенный метод сходства и различия;
- метод остатков (если W зависит от $A = A_1, A_2, A_3$, то через установление степени зависимости от A_1 и A_2 остается определить меру зависимости от A_3);
- метод сопутствующих изменений (если явление W изменяется, когда изменяется явление U , причем усиление и ослабление W наступает при усилении и ослаблении U , то W зависит от U).



Уильям Гамильтон (1788–1856)

Все x суть все y ,
Все x суть некоторые y ,
Некоторые x суть все y ,
Некоторые x суть некоторые y ,
Ни одно x не есть ни одно y ,
Ни одно x не есть некоторое y ,
Некоторые x не суть некоторые y ,
Некоторые x не суть ни одно y .



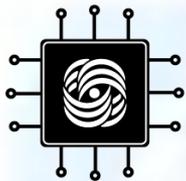


Август (Огёст) де Морган (1806–1871)



Алгебра отношений Моргана включала в себя шесть основных операций :

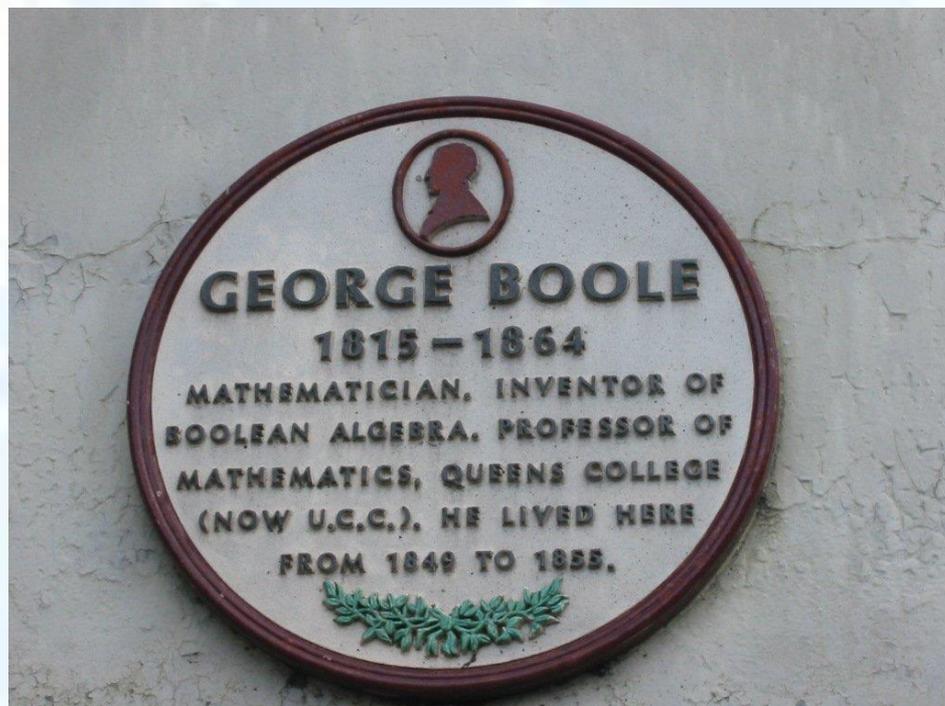
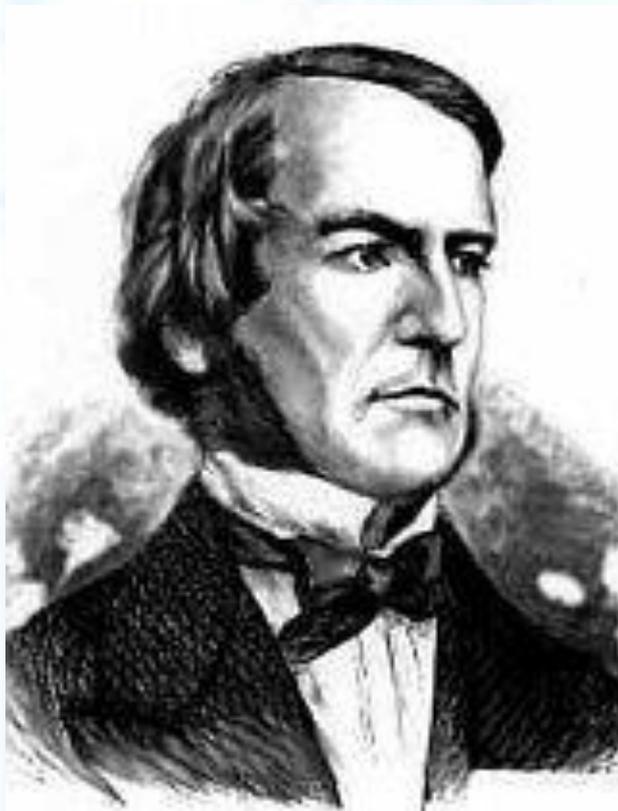
- (1) логическая сумма отношений
- (2) логическое произведение тех же отношений,
- (3) операция получения дополнительного для N отношения
- (4) операция получения конверсного отношения или конверсии
- (5) операция порождения относительной суммы отношений
- (6) операция порождения относительного произведения отношений или “композиции”

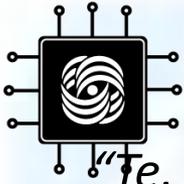


Джордж Буль (1815–1864)

«Математический анализ логики, являющийся опытом исчисления дедуктивного рассуждения» (1847)

«Исследования законов мышления, на которых основаны математические теории логики и вероятности» (1854)





Те, кто знаком с настоящим состоянием символической алгебры, отдадут себе отчет в том, что обоснованность процессов анализа зависит не от интерпретации используемых символов, а только от законов их комбинирования. Каждая интерпретация, сохраняющая предложенные отношения, равно допустима, и подобный процесс анализа может, таким образом, при одной интерпретации представлять решение вопроса, связанного со свойствами чисел, при другой — решение геометрической задачи и при третьей — решение проблемы динамики или статики. Необходимо подчеркнуть фундаментальность этого принципа”.

$x^2 = x$ для любого x

AND, OR, NOT



Чарльз и
Мэри
Хинтон с
детьми



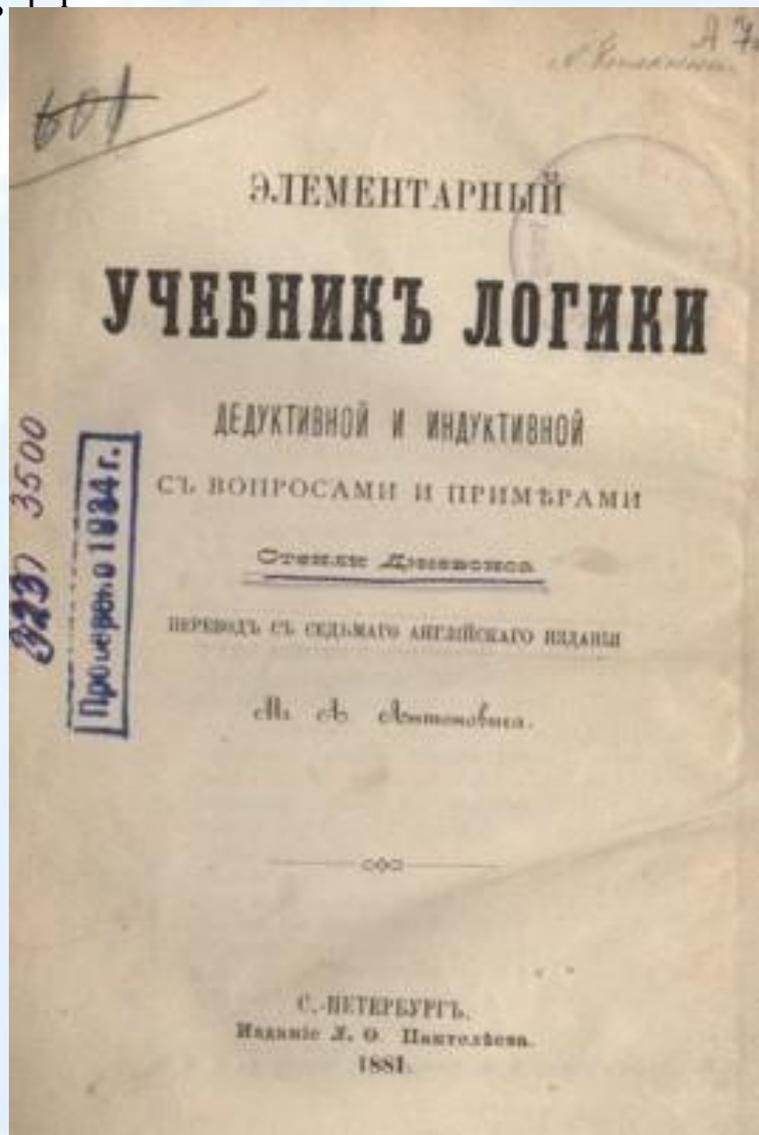
Мэри Эверест Буль
“Философия и развлечения
алгебры”

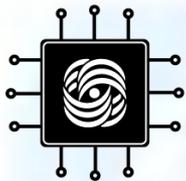


Этель
Лилиан
Войнич



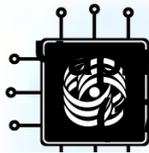
Уильям Стенли Джевонс (1835–1882)



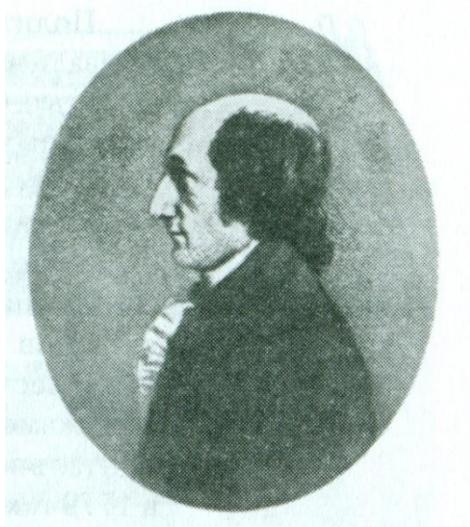


Логические счеты – наклонная доска с четырьмя горизонтальными выступами и набором деревянных пластинок с вырезанными на них конституентами. На одном выступе – все конституенты нужного числа переменных, на другом – содержащиеся в посылках. Противоречащие посылкам конституенты снимаются с верхней линии и на ней остается так называемая логическая единица задачи. После этого можно решать вопросы, касающиеся отдельных классов





Вз Стэнхоуп
(1753– 1816)



Альфред Сми
(1818-1877)
Alfred Smees



Александр Николаевич Жукарев (1864-1936)
- создатель "машины логического мышления",
способной механически осуществлять простые
логические выводы на основе исходных
СМЫСЛОВЫХ ПОСЫЛОК.

DEMONSTRATOR,
INVENTED BY
CHARLES EARL STANHOPE.

The right-hand edge of the gray points out, on this upper scale, the extent of the gray, in the logic of certainty.



The lower edge of the gray points out, on this side scale, the extent of the gray, in the logic of probability.

The area of the square opening, within the black frame, represents the logic, in all cases.

The right-hand side of the square opening points out, on this lower scale, the extent of the red, in all cases.

The right-hand edge of the gray points out, on the same lower scale, the extent of the consequence, (or dark red,) if any, in the logic of certainty.

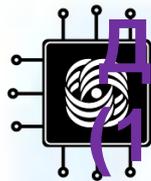
Rule for the Logic of Certainty.

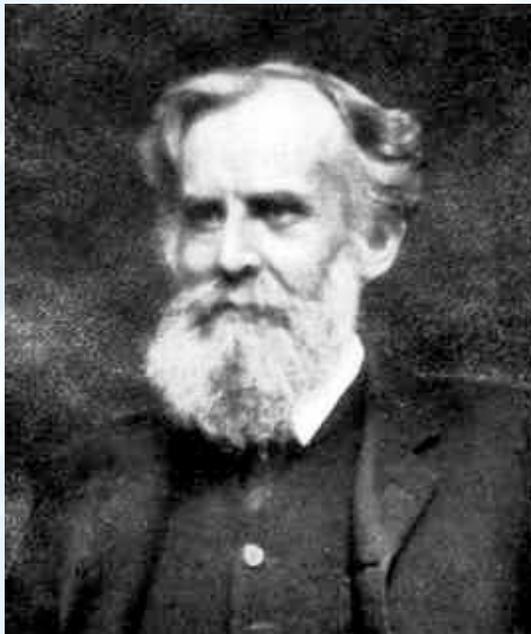
to the gray, add the red, and deduct the hollow; the remainder, (or dark red,) if any, will be the extent of the consequence.

Rule for the Logic of Probability.

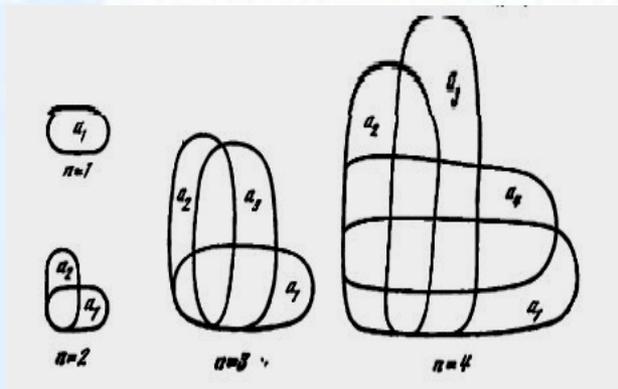
in proportion, between the area of the dark red and the area of the hollow, is the probability which results from the gray and the red.

PRINTED BY EARL STANHOPE, CHEVENING, KENT.

 **Джон Венн**
(1834–1823)



**Эрнест
Шрёдер**
(1841-1902)



**Платон
Сергеевич
Порецкий**
(1846-1907)

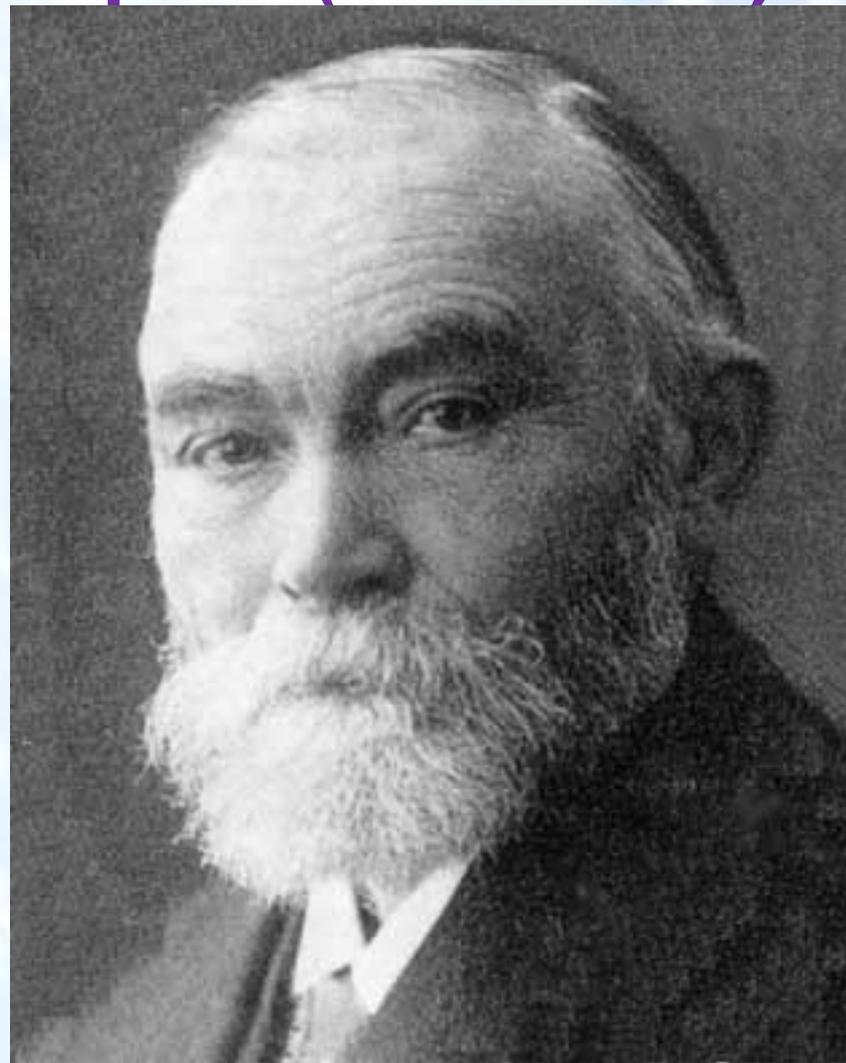


Фридрих Людвиг Готлоб Фреге (1848-1925)



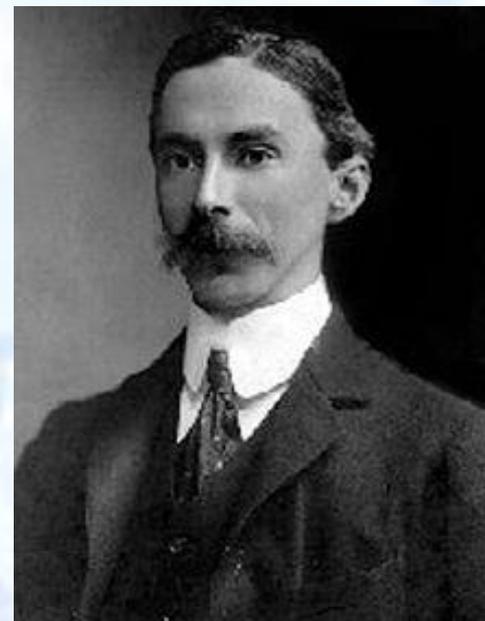
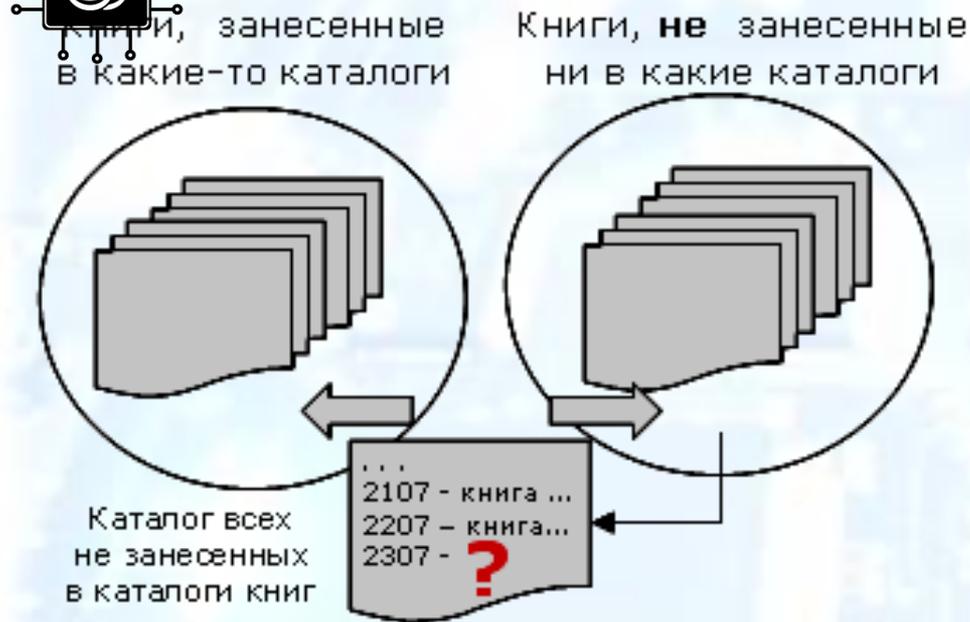
«Запись в понятиях» (1879)

«О смысле и значении», 1892



Двухтомник «Основные законы арифметики» (1893, 1903)

Бертран Рассел (1872-1970)



Одному деревенскому (армейскому) брадобрю приказали "брить всякого, кто сам не бреется, и не брить того, кто сам бреется", как он должен поступить с собой?

«Проблемы философии» (1912)

«Принципы математики» (1903)

Страница Бертрانا Рассела:

<http://vivovoco.rsl.ru/VV/PAPERS/ECCE/RSL/RUSSELL.HTM>

Логицизм

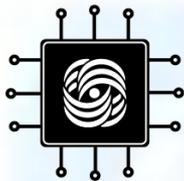
Логицизм, направление в основаниях математики и философии математики, основным тезисом которого является утверждение о «сводимости математики к логике», т. е. возможности (и необходимости) определения всех исходных математических понятий (в рамках самой математики не определяемых) в терминах «чистой» логики и доказательства всех математических предложений (в том числе аксиом) опять-таки логическими средствами. (БСЭ)



**Альфред Норт
Уайтхед (1861-1947)**

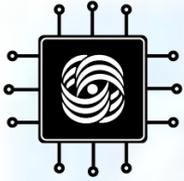
***«Цель научного мышления - видеть общее
в частном и вечное в преходящем»***





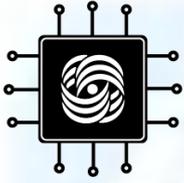
Логицизм (1)

- Взгляд на математику как на часть логики обусловлен тем, что любую математическую теорему в аксиоматической системе можно рассматривать как некоторое утверждение о логическом следовании.
- Попытка сведения натуральных чисел к логическим понятиям была предпринята Г. Фреге. В интерпретации Г. Фреге натуральные числа были кардинальными числами некоторых понятий



Логицизм (2)

- Однако система Фреге не свободна от противоречий. Это выяснилось, когда Рассел обнаружил противоречие в канторовой теории множеств (парадокс Рассела)
- В целом попытка сведения математики к логике не удалась. Как показал Гёдель, никакая формализованная система логики не может быть адекватной базой математики.



Спасибо за внимание!